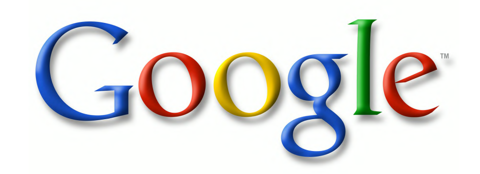
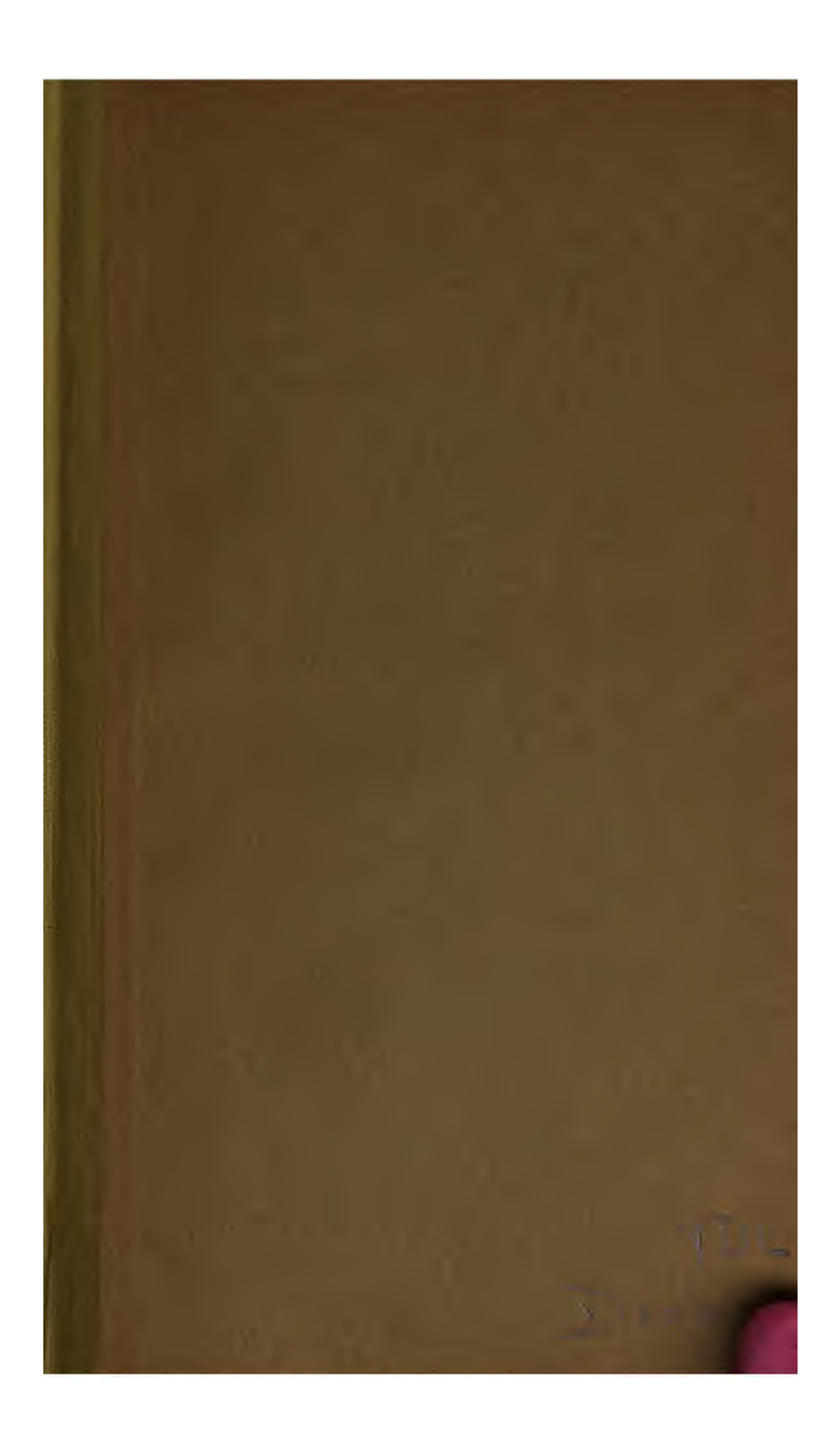



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 07023785 8





Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen.

Nebst einem logisch-mathematischen Anhange.

Von

Moritz Wilhelm Drobisch,

Professor an der Universität zu Leipzig.

Leipzig, 1836.

Verlag von Leopold Voß.

Vorwort.

Unter allen philosophischen Wissenschaften ist die Logik unstreitig diejenige, welche sich im größeren Kreise der Gelehrten und Gebildeten des meisten Ansehens zu erfreuen hat. Denn indeß alle Speculation, in der doch der Kern der Philosophie enthalten ist, mit dem unverkennbarsten Mißtrauen betrachtet wird, indeß Moral und Naturrecht in der größten Gefahr sind, von ihrer mächtigen positiven Verwandtschaft zu Leibeigenen gemacht zu werden, indeß die Naturphilosophie sich von den Naturforschern ignorirt sieht, und es der Psychologie noch nicht einmal gelungen ist, sich neben ihrer zwar kräftigeren, aber doch an demselben Erbübel leidenden Schwester, der Physiologie, in der Gesellschaft der Wissenschaften einen Platz zu erringen, welche weder die phantasievolle Geologie noch die hypothesenreiche Heilkunde aufzunehmen verschmähten, — finden die Gesetze der Logik überall willige Anerkennung. Weder der Philolog noch der Historiker, weder der Mathematiker noch der Naturforscher mag sich eines logischen Fehlers zeihen lassen, sowohl Predigt als Ur-

tel soll ohne logischen Makel seyn, und in der gelehrten Fehde, wie in den politischen Kämpfen der Flugblätter und öffentlichen Verhandlungen wirft man dem Gegner als das Aergste seine Unkenntniß der Logik vor und appellirt an diese in letzter Instanz. Gleichwohl ist die Achtung, deren die Logik genießt, eine ganz andre als etwa die, welche unser praktisches Zeitalter der Chemie und Maschinenkunde zollt, oder die edlere uninteressirtere Bewunderung, welche der Freund der Sternkunde den erhabenen Resultaten der Mechanik des Himmels darbringt. Man rühmt vielmehr die Logik ungefähr wie einen tüchtigen Elementarlehrer, der zwar nur einen sehr beschränkten Gesichtskreis übersieht, aber darin vollkommen zu Hause ist, und überdies Zucht und Ordnung zu erhalten versteht. Und — man hat gar nicht Unrecht daran. Die Logik ist viel zu arm, um auf unmittelbare Weise zur Erweiterung und Vermehrung menschlicher Wissenschaft und Kunst etwas Wesentliches beitragen zu können. Wie die Sittenlehre zur Veredelung der Gesinnungen und Handlungen, so soll die Logik zur Erziehung unsers Denkens dienen; aber wie die sittliche Erziehung (wenigstens die Selbsterziehung) nie im Leben ihr Ende erreicht, so können wir auch der meisternden Kritik der Logik nicht eher entbehren, als bis wir zu denken aufhören.

Es scheint indeß, daß dieses blos negative Verhalten, diese, mehr die subjective wissenschaftliche Aus-

bildung als die objective Fortbildung der Wissenschaft fördernde Nützlichkeit der Logik ihr bei den Philosophen selbst in den letzten Jahrzehnden ein ungünstiges Schicksal bereitet hat. Von der einen Seite mußte sie sich vornehmes Herabsehen, ja offene Verachtung und muthwillige Verletzung ihrer Gesetze gefallen lassen; von der andern suchte man sie durch Verbindung bald mit der Metaphysik, bald mit der Psychologie zu heben, bedeutender, lebendiger, geistreicher, interessanter zu machen. Aber jeder solcher Versuch hat nur dazu beigetragen, daß ihr wahrer Charakter mehr oder weniger aus den Augen verloren wurde. Wie nämlich in der praktischen Philosophie der Begriff des Sollens unserm verweichlichten Zeitalter allmälig abhanden zu kommen und sich Alles in bloße Naturgeschichte des Geistes und der Welt aufzulösen droht, die entweder, in thatloser Ruhe, nicht müde wird, im Spiegel des Bewußtseyns nur immer sich selbst zu beschauen, oder, den Griffel in der Hand, nicht minder thatlos, erwartet, was geschieht, um das Gemeinste und Schlechteste wie das Edelste und Beste mit moralisch indifferenter Bigotterie als Manifestationen des Weltgeistes in ihre Annalen einzutragen, ohne zu lehren oder auch nur zu fragen, ob das, was geschah, auch hätte geschehen sollen und, was von nun an zu thun Pflicht sey; wie in derselben sittlich erschlafften Zeit man sich gefällt, Schuld und Verbrechen zu Irrthum und Krankheit umzustempeln, — so ist

in ihr auch der disciplinarische Charakter der Logik, dem gemäß sie eine Zucht fürs Denken ist, sehr geschwächt worden.

Wenn es eine der wichtigsten und in Beziehung auf die Parteiungen der Zeit bedeutungsvollsten Eigenthümlichkeiten der philosophischen Denkweise ist, zu der sich der Verfasser bekennt, gegen jede Verletzung des bei allen Kämpfen der speculativen Systeme immer für neutral zu erklärenden Gebiets der Sittlichkeit zu protestiren, vielmehr, wie einst Kant, obwohl mit andren Waffen, für die strenge Aufrechthaltung desselben in seiner ganzen Integrität mit Nachdruck zu streiten, — so kann aus dem Geiste dieser Philosophie nur eine Darstellung der Logik hervorgehen, die den Charakter dieser Wissenschaft in seiner ganzen Strenge, Nacktheit und Entschiedenheit wiederzugeben sich nicht scheut. Die Logik ist in der That nichts andres als bloßer Formalismus, sie will und soll nichts andres seyn; aber wer sein Denken vollständig auszubilden beabsichtigt, der kann eine exacte Kenntniß dieser Formen nicht entbehren, der darf ihre magere Kost nicht verschmähen, ihre scrupulöse Genauigkeit nicht verhöhnen; so wenig wie sich der Maler dem Studium der Anatomie, der Componist der Schule des Generalbasses ohne Nachtheil entziehen darf. In diesem Sinne nun ist in den nachfolgenden § § einer ausführlicheren Entwickelung der logischen Formen einiger Fleiß gewidmet

worden. Die Mannichfaltigkeit dieser Formen ist freilich nicht von der Art, daß man, in ihre Betrachtung versunken, schwelgen könnte, wie etwa beim Anschauen der wunderbaren Gestaltungen, welche die Natur hervorbringt, oder sich auch nur in dem Maße an ihnen erfreuen könnte wie an der Betrachtung einer eleganten mathematischen Formel. Möge es daher nicht unbemerkt bleiben, daß dieser Mannichfaltigkeit nur nachgegangen wurde, um desto sichrer ihre Einheit zu erfassen. Zugleich möge aber beachtet werden, daß eine Entwickelung der Formen, nicht eine bloße Zergliederung versucht worden ist, ein Umstand, der die Trockenheit bloßer Formenbetrachtung bedeutend zu mildern scheint. Es war nicht eine bloße Analytik, die der Verfasser beabsichtigte; eine solche ist, wenn auch oft nur der Form nach, in Gefahr, die Logik mit Grammatik, Rhetorik und empirischer Psychologie zu untermischen; — eine genetische Aufführung der Formen sollte versucht werden, freilich nicht im psychologischen Sinne, auch nicht etwa nach einem vorgebildeten Leisten von Kategorien oder dialektischer Methode, sondern nach den Antrieben, die in den ersten Grundbegriffen der Wissenschaft selbst liegen und mit ihrer fortschreitenden Entfaltung weiter zu Tage kommen. Hierbei ist jedoch jede Prätension ferne, als sey die gegebene Entwickelung die einzig mögliche und zulässige; vielmehr bescheidet sich der Verfasser gern, daß die



Neue Darstellung

der

Logik

nach ihren einfachsten Verhältnissen.

Nebst einem

logisch-mathematischen Anhange.

Von

Moritz Wilhelm Drobisch,

Professor an der Universität zu Leipzig.

Leipzig, 1836.

Verlag von Leopold Voß.

G.R

Vorwort.

Unter allen philosophischen Wissenschaften ist die Logik unstreitig diejenige, welche sich im größeren Kreise der Gelehrten und Gebildeten des meisten Ansehens zu erfreuen hat. Denn indeß alle Speculation, in der doch der Kern der Philosophie enthalten ist, mit dem unverkennbarsten Mißtrauen betrachtet wird, indeß Moral und Naturrecht in der größten Gefahr sind, von ihrer mächtigen positiven Verwandtschaft zu Leibeigenen gemacht zu werden, indeß die Naturphilosophie sich von den Naturforschern ignorirt sieht, und es der Psychologie noch nicht einmal gelungen ist, sich neben ihrer zwar kräftigeren, aber doch an demselben Erbübel leidenden Schwester, der Physiologie, in der Gesellschaft der Wissenschaften einen Platz zu erringen, welche weder die phantasievolle Geologie noch die hypothesenreiche Heilkunde aufzunehmen verschmähten, — finden die Gesetze der Logik überall willige Anerkennung. Weder der Philolog noch der Historiker, weder der Mathematiker noch der Naturforscher mag sich eines logischen Fehlers zeihen lassen, sowohl Predigt als Ur=

tel soll ohne logischen Makel seyn, und in der gelehrten Fehde, wie in den politischen Kämpfen der Flugblätter und öffentlichen Verhandlungen wirft man dem Gegner als das Aergste seine Unkenntniß der Logik vor und appellirt an diese in letzter Instanz. Gleichwohl ist die Achtung, deren die Logik genießt, eine ganz andre als etwa die, welche unser praktisches Zeitalter der Chemie und Maschinenkunde zollt, oder die edlere uninteressirtere Bewunderung, welche der Freund der Sternkunde den erhabenen Resultaten der Mechanik des Himmels darbringt. Man rühmt vielmehr die Logik ungefähr wie einen tüchtigen Elementarlehrer, der zwar nur einen sehr beschränkten Gesichtskreis übersieht, aber darin vollkommen zu Hause ist, und überdies Zucht und Ordnung zu erhalten versteht. Und — man hat gar nicht Unrecht daran. Die Logik ist viel zu arm, um auf unmittelbare Weise zur Erweiterung und Vermehrung menschlicher Wissenschaft und Kunst etwas Wesentliches beitragen zu können. Wie die Sittenlehre zur Veredelung der Gesinnungen und Handlungen, so soll die Logik zur Erziehung unsers Denkens dienen; aber wie die sittliche Erziehung (wenigstens die Selbsterziehung) nie im Leben ihr Ende erreicht, so können wir auch der meisternden Kritik der Logik nicht eher entbehren, als bis wir zu denken aufhören.

Es scheint indeß, daß dieses blos negative Verhalten, diese, mehr die subjective wissenschaftliche Aus-

bildung als die objective Fortbildung der Wissenschaft fördernde Nützlichkeit der Logik ihr bei den Philosophen selbst in den letzten Jahrzehnden ein ungünstiges Schicksal bereitet hat. Von der einen Seite mußte sie sich vornehmes Herabsehen, ja offene Verachtung und muthwillige Verletzung ihrer Gesetze gefallen lassen; von der andern suchte man sie durch Verbindung bald mit der Metaphysik, bald mit der Psychologie zu heben, bedeutender, lebendiger, geistreicher, interessanter zu machen. Aber jeder solcher Versuch hat nur dazu beigetragen, daß ihr wahrer Charakter mehr oder weniger aus den Augen verloren wurde. Wie nämlich in der praktischen Philosophie der Begriff des Sollens unserm verweichlichten Zeitalter allmälig abhanden zu kommen und sich Alles in bloße Naturgeschichte des Geistes und der Welt aufzulösen droht, die entweder, in thatloser Ruhe, nicht müde wird, im Spiegel des Bewußtseyns nur immer sich selbst zu beschauen, oder, den Griffel in der Hand, nicht minder thatlos, erwartet, was geschieht, um das Gemeinste und Schlechteste wie das Edelste und Beste mit moralisch indifferenter Bigotterie als Manifestationen des Weltgeistes in ihre Annalen einzutragen, ohne zu lehren oder auch nur zu fragen, ob das, was geschah, auch hätte geschehen sollen und, was von nun an zu thun Pflicht sey; wie in derselben sittlich erschlafften Zeit man sich gefällt, Schuld und Verbrechen zu Irrthum und Krankheit umzustempeln, — so ist

Die bekannte Bestimmung, Philosophiren sey „ein Aufmerken auf und Einkehren in sich selbst" ist zu eng; denn sie giebt demselben eine blos subjective Richtung, auf die es keineswegs beschränkt ist.

§. 3.

Die Philosophie **setzt jedoch** stets den **Gegenstand als schon bekannt voraus** und beschäftigt sich daher nicht mit den Hülfsmitteln, durch welche er dem Forscher bekannt wird, was Sache der einzelnen Wissenschaften ist; sie setzt vielmehr voraus, der Gegenstand sey bereits **aufgefaßt, begriffen**. Sie betrachtet daher die Gegenstände nur, sofern sie **Begriffe** sind, d. h. sofern wir von ihnen bereits eine bestimmte, wenn gleich deshalb weder vollendete, noch unverbesserliche Auffassung besitzen.

Die lateinischen Ausdrücke notio, nota deuten sehr bestimmt an, daß der Gegenstand des Begriffs ein Bekanntes, so wie conceptus, daß er ein bereits Aufgefaßtes ist. — Aus dem Kreise der Begriffe kann die Philosophie nie heraus treten, und selbst da, wo sie von Seyn und Seyenden im Gegensatz zum blos Gedachten spricht, kann sie nur den **Begriff** des Seyns und des Seyenden bestimmen. Sie setzt aber, wo sie von Seyn und Wirklichkeit handelt, stillschweigend voraus, daß sich auch hierüber durch Begriffe müsse entscheiden lassen. Vgl. Herbart's Lehrb. zur Einleit. in d. Philos. 3. Ausg. S. 192 f.

§. 4.

Als Geschäft der Philosophie überhaupt läßt sich daher die Aufgabe bezeichnen: **Erkenntniß aus bloßen Begriffen zu Stande zu bringen.** Es kann diese Aufgabe nur durch Verknüpfung von Begriffen gelöst werden, die jedoch nur unter gewissen Bedingungen zulässig ist. Diese Bedingungen sind im Allgemeinen **Verhältnisse der Be-**

griffe. Sie kennen zu lernen ist daher die erste Aufgabe aller Philosophie. So viele wesentlich verschiedene Arten dieser Verhältnisse vorhanden sind, so viele Haupttheile der Philosophie giebt es.

Nennt man mit Kant Philosophie Vernunfterkenntniß aus bloßen Begriffen, so giebt man ihr ohne Noth ein psychologisches, daher verengerndes, überdies in seiner Bedeutung schwankendes Merkmal.

§. 5.

Die genannten Verhältnisse sind aber entweder solche, welche den Begriffen unabhängig von dem Besondern dessen, was durch sie gedacht wird, mithin allen Begriffen zukommen, oder solche, die hiervon abhängig und daher auf gewisse Classen von Begriffen beschränkt sind. — Jene allgemeinen Begriffsverhältnisse sind der Stoff der Logik, als des ersten Theils der Philosophie. Sie wird, weil sie sich der Betrachtung der Materie der Begriffe enthält und daher nur auf die formalen Unterschiede derselben angewiesen ist, auch Formalphilosophie genannt.

§. 6.

Die besondern Verhältnisse der Begriffe betreffen zuerst diejenigen, die sich bei der Auffassung der Welt und unsres Selbst, also in und mit der Erfahrung, unwillkürlich erzeugen, und demnach nicht ersonnene, sondern vorgefundene, gegebene sind. Die nähere Untersuchung weist hier nach, daß die Begriffsverhältnisse dieser Classe sämmtlich mangelhaft und daher, da sie sich als gegebene nicht verwerfen lassen, einer Ergänzung bedürftig sind, die sie vervollständigt und berichtigt. Dies geschieht in dem zweiten Haupttheile der Philosophie, der Metaphysik, als der Wissenschaft von der Be-

greiflichkeit der Erfahrung. Sie führt auch den Namen der theoretischen Philosophie.

§. 7.

Eine zweite Classe besondrer Begriffsverhältnisse bilden diejenigen, welche den bleibenden Charakter des unbedingten Wohlgefallens oder Mißfallens an sich tragen, welches sich in einem Urtheile des Beifalls oder Mißfallens ausdrücken läßt. Diese dritte Art von philosophischer Erkenntniß kann die ästhetische heißen. Betreffen diese Verhältnisse nur Dinge, wie sie in der Erfahrung sich vorfinden, so enthalten sie die Grundbedingungen des Schönen und Häßlichen, und bilden die Grundlage der Aesthetik im engeren Sinne oder der Philosophie des Schönen. Drücken sie aber Willensverhältnisse von Personen aus, so führen sie zur Erkenntniß des Löblichen und Schändlichen und zur moralischen Beurtheilung, die mit der blos ästhetischen nicht einerlei, sondern nur eine Folge derselben ist, und geben der praktischen Philosophie oder Ethik den Ursprung.

§. 7.

Demnach besteht die Philosophie aus drei Haupttheilen: aus der Logik, Metaphysik und Aesthetik im weiteren Sinne, eine Eintheilung, welche mit der uralten in Logik, Physik und Ethik im Wesentlichen zusammentrifft. Keine von diesen drei Wissenschaften läßt sich einer der übrigen unterordnen oder gar aus ihr ableiten; vielmehr besitzt jede ihre eigenthümlichen Untersuchungen. Ebenso wenig giebt es eine höhere Wissenschaft, die als gemeinschaftliche Wurzel aller drei Theile zu betrachten wäre. Diese haben nur das mit einander gemein, daß sie alle drei in dem Einen denkenden und erkennenden Subject entspringen. Dies zu erklären ist Aufgabe der

Psychologie, mit der jedoch die Philosophie keineswegs beginnen kann, da sie unumgänglich auf Begriffen beruht, die erst in der Metaphysik berichtigt und ergänzt werden müssen.

Ausführlicheres über die Eintheilung der Philosophie findet sich in Herbart's Lehrbuch zur Einleit. in d. Philos. Cap. 1 u. 2, 3te Ausgabe, und in des Verfassers „Beiträgen zur Orientirung über Herbart's System der Philosophie," Leipzig 1834. S. 24. Zur kurzen Charakterisirung der drei Theile kann noch Folgendes dienen. Die metaphysischen Begriffsverhältnisse sind unvollständige, die logischen vollständige, logische und metaphysische aber im Gegensatz zu den ästhetischen gleichgültige (weder Gefallen noch Mißfallen erregende). — In allen drei Theilen gehen aus der Erkenntniß der Begriffsverhältnisse auch Begriffsverbindungen hervor, die in der Logik und Aesthetik, nicht aber nothwendig in der Metaphysik, die Form von Urtheilen annehmen. Diese Verbindungen treten in der Logik als blos zufällige, in der Metaphysik als nothwendige auf; in beiden Wissenschaften sind sie bedingt; das ästhetische Urtheil dagegen ist unbedingt (das Prädicat des Beifalls oder Mißfallens knüpft sich mit absoluter Evidenz an das ästhetische Verhältniß). — Endlich beziehen sich die logischen Begriffsverhältnisse auf keine Erfahrung; die ästhetischen können sich auf die Erfahrung beziehen; die metaphysischen beziehen sich nur auf die Erfahrung.

§. 9.

Kehren wir jetzt zur Logik zurück. Im §. 5. sind die allgemeinen Begriffsverhältnisse nur als ihr Stoff bezeichnet worden. Die Kenntniß derselben führt aber weiter zur Einsicht der Bedingungen der gesetzlichen Verknüpfung von Begriffen. Nennt man nun Begriffe verknüpfen denken, so kann die Logik auch als die Lehre von den Bedingungen des gesetzlichen Denkens erklärt werden. Sie ist aber keine Beschreibung des Denkens, wie es wirklich ist,

sondern eine Vorschrift, wie es seyn soll; keine Naturgeschichte des Denkens, sondern ein Gesetzbuch für dasselbe. Begriffe zu bilden und zu verknüpfen muß die Logik postuliren. Sie bedient sich des wirklichen Denkens als einer Thatsache, um dadurch die Bedingungen des gesetzlichen zu erkennen; keineswegs aber entsteht sie aus einer bloßen Beobachtung des eignen Denkens.

Es kann hiernach leicht scheinen, als drehe sich die Logik nur im Kreise, denn ist dasjenige wirkliche Denken, durch welches die Bedingungen des gesetzlichen erkannt werden sollen, nicht so wie es seyn soll (d. i. wie es mit den Gesetzen der Logik, wenn sie bereits vollendet vorhanden wären, übereinstimmen würde), so läßt sich im Allgemeinen erwarten, daß auch das Erkannte fehlerhaft seyn wird (obgleich es wenigstens auch möglich ist, daß sich die Fehler des Denkens aufgehoben haben). Dann also bekommen wir unrichtige logische Gesetze. Daß dergleichen, in Folge solcher Vorgänge, in der That zuweilen aufgestellt worden sind, unterliegt keinem Zweifel. Es giebt dagegen nun zwar kein absolutes Verwahrungsmittel, aber doch ein eben so zureichendes wie dasjenige, wodurch sich der Mathematiker gegen Rechnungsfehler zu schützen weiß — möglichst vielfältige Controle. Es muß nämlich, bei nachfolgender Prüfung, das die Denkgesetze begründende Denken allenthalben selbst diesen Gesetzen genügen. Eine durchgängige Uebereinstimmung dieses Denkens mit den dadurch erkannten Gesetzen könnte nur mit der allergrößten Unwahrscheinlichkeit als ein Werk des Zufalls betrachtet werden. Daß aber hier, wo objectiv von allgemeinen und nothwendigen Erkenntnissen gesprochen wird, in subjectiver Hinsicht von bloßer Wahrscheinlichkeit die Rede ist, darf keinen Anstoß geben. Der schärfste mathematische oder philosophische Beweis kann, wenn er volle Ueberzeugung hervorbringen soll, der Bestätigung durch bloße Wahrscheinlichkeitsgründe dafür, daß beim Erzeugen oder Durchdenken desselben nicht irgend eine subjective Nachlässigkeit oder Uebereilung stattgefunden hat, nicht entbehren. —

Noch Kant bezeichnete die Logik als eine demonstrative, nicht als eine beschreibende Wissenschaft, indem er sie (Logik S. 9) erklärt als „eine Wissenschaft a priori von den

nothwendigen Gesetzen des Denkens, aber nicht in Ansehung besondrer Gegenstände, sondern aller Gegenstände überhaupt; — also eine Wissenschaft des richtigen Verstandes- und Vernunftgebrauchs überhaupt, aber nicht subjectiv, d. h. nicht nach empirischen (psychologischen) Principien, wie der Verstand denkt, sondern objectiv, d. i. nach Principien a priori, wie er denken soll." Nur die Beziehung des Denkens auf Gegenstände und die unnöthige Einmengung von Seelenvermögen, die um so mehr irre macht, als der Gebrauch „psychologischer Principien" abgelehnt wird, ist in dieser Erklärung fehlerhaft. — In der Kant'schen Schule hat sich der gesetzgebende Charakter der Logik zum Theil sehr verwischt. Herbart fand es daher nöthig, ihn nachdrücklich wieder einzuschärfen (Psychologie als Wissenschaft Th. II. S. 173, vergl. Lehrbuch zur Psychol. 2te Ausg. S. 145). — Daß die Logik vom Denken und von Denkoperationen redet, streitet wider die behauptete Unabhängigkeit von der Psychologie so wenig als wie wenn der Mathematiker von Rechnungsoperationen spricht. Er meint damit keineswegs irgend eine Seelenthätigkeit oder gar ein ihr entsprechendes Seelenvermögen, sondern nur eine gewisse Art, Zahlen zu verknüpfen. Eben so meint der Logiker mit seinen Denkoperationen nur gewisse Verknüpfungsarten der Begriffe.

§. 10.

In sofern die Logik von dem Besondern, was in den Begriffen gedacht wird, absieht, heißt sie die allgemeine, und in sofern sie sich von jeder fremdartigen, psychologischen sowohl als metaphysischen Beimischung frei erhält, die reine. Nur mit dieser reinen allgemeinen Logik haben wir es hier zu thun. Sie zerfällt am einfachsten zunächst in zwei Haupttheile, von denen der erste die allgemeinen Verhältnisse der Begriffe, der zweite die daraus fließenden gesetzlichen Verknüpfungen derselben im Denken entwickelt. Diese Verknüpfungen sind aber theils unmittelbare oder Urtheile, theils mittelbare oder Schlüsse. Endlich ist unser Denken durch Urtheil und Schluß entweder nur ein vereinzeltes

(rhapsodisches) oder auf ein geordnetes und zusammenhängendes wissenschaftliches Ganze gerichtet (methodisch). Daher kommt zu der Lehre von Begriff, Urtheil und Schluß noch die von der wissenschaftlichen Einheit oder den systematischen Formen.

Von der angewandten und der besondern Logik; von der Eintheilung der reinen in Elementar- und Methodenlehre; subjective und objective Logik; Analytik und Dialektik u. s. w.

Erster Abschnitt.

Von den allgemeinen Verhältnissen der Begriffe.

§. 11.

Begriffe heißen unsre Gedanken, sofern wir, absehend von der Art der Entstehung derselben, einzig und allein dasjenige beachten, was in ihnen gedacht wird. Dieses Was heißt ihr **Inhalt** (complexus). Es liegt daher schon in der Erklärung des Begriffs, daß der Inhalt desselben unabhängig ist von den wechselnden geistigen Zuständen des Subjects, von dem er gedacht wird, und daß er deshalb den Charakter des Bleibenden, Unveränderlichen an sich trägt.

Als **Vorstellungen** betrachten wir unsre Gedanken, wenn wir auf ihre psychische Entstehung Rücksicht nehmen. Reden wir von **Anschauungen** im Gegensatz zu Begriffen, so kommt außer dem psychologischen Verhältniß der Gedanken auch noch das metaphysische zu den Objecten, auf welche sie bezogen werden, in Frage. **Empfindungen** sind der sinnliche, an sich gestaltlose rein subjective Stoff unsrer Vorstellungen. **Gefühle** sind geistige Zustände, welche die Vorstellungen begleiten, ohne selbst solche zu seyn, und die daher des bestimmt angeblichen Was entbehren. Glaubt man zu diesem Was eines Gefühls gelangt zu seyn, so hat das Gefühl als solches aufgehört, und ein Begriff ist an seine Stelle getreten. Ueber den feinen, hier nicht zu erörternden Unterschied des Begriffs im **logischen** und im **psycho**-

logischen Sinne siehe Herbart's Psych. als Wiss. Th. II. S. 175 ff. — Als allgemeine Vorstellungen lassen sich die Begriffe nicht charakterisiren. Allgemeinheit kommt zwar immer nur Begriffen zu, aber nicht alle Begriffe sind allgemein. — Der sprachliche Ausdruck des Begriffs ist das Wort. Jedem einzelnen Worte gehören ein oder, bei mehrfacher Bedeutung, mehrere Begriffe, aber nicht jeder einzelne Begriff besitzt ein einzelnes Wort als Ausdruck. Bildsame Sprachen schaffen für neue Begriffe zusammengesetzte Worte; andere können diese nur durch Sätze ausdrücken. Dies ist wichtig für die Lehre von den Urtheilen. Vgl. §. 63.

§. 12.

Wenn sich die Logik mit allgemeinen Verhältnissen von Begriffen beschäftigen soll, so muß sie die Unterscheidbarkeit der Begriffe, die Verschiedenheit ihres Inhalts voraussetzen. Hierauf beruht sogar schon die Annahme einer Vielheit von Begriffen. Begriffe nämlich, die völlig einerlei (identisch) sind, können nur als Wiederholungen eines und desselben Begriffs betrachtet werden und unterscheiden sich nur durch die Umstände, unter denen sie vorkommen, d. h. durch Kennzeichen, die ihnen als Begriffen fremd sind. Daher der Satz: Jeder Begriff als solcher ist nur Einmal vorhanden.

§. 13.

Die Verschiedenheit des Inhalts der Begriffe kann auf doppelte Art gedacht werden, nämlich entweder als mittelbare oder als unmittelbare, je nachdem sich der Inhalt als Mannichfaltiges anderer Begriffe darstellt oder nicht, und daher entweder mittels jener andern oder durch sich selbst unterschieden wird. Im ersteren Falle heißen die Begriffe zusammengesetzte, im zweiten einfache. Im ersteren zerfällt also der Inhalt eines Begriffs als ein Ganzes in Theile; diese heißen Merkmale. Die Gesammtheit der

Merkmale darf für den Begriff selbst gesetzt werden. Hierdurch ist das Verhältniß der logischen Gleichheit (Aequipollenz, Aequivalenz) zwischen dem Begriffe und seinem Inhalte ausgedrückt.

Der Unterschied zwischen einfachen und zusammengesetzten Begriffen, wie er hier bestimmt ist, mag immerhin für einen blos relativen gelten; wenn man aber den Begriff des Etwas, des Dings überhaupt, des Gegenstandes, für den einzigen eigentlich einfachen Begriff ausgiebt, so verwechselt man einfach mit inhaltsleer.

§. 14.

In jedem zusammengesetzten Begriffe kann man jedes einzelne Merkmal hinwegdenken, abstrahiren. Der Begriff, der dann noch übrig bleibt, heißt in Beziehung auf den, aus welchem er durch Abstraction eines Merkmals entstand, der nächsthöhere. Jeder Begriff hat also so viel nächsthöhere Begriffe als Merkmale. Steigt man auf ähnliche Weise durch Abstraction von diesen nächsthöheren Begriffen zu ihren nächsthöheren auf, so erhält man in Beziehung auf den zuerst gegebenen Begriff höhere Begriffe der zweiten Ordnung, auf ähnliche Weise der dritten, vierten Ordnung u. s. f. Jeder Begriff steht zu allen seinen höheren Begriffen im Verhältniß der Unterordnung (Subordination).

In einer Logik, die, wie die unsrige, allem Psychologischen entsagt, scheint es auch am angemessensten, die Redensart „abstrahiren von einem Merkmal" (nämlich die Aufmerksamkeit) mit der „ein Merkmal von einem Begriffe abstrahiren" zu vertauschen.

§. 15.

Setzt man die Abstraction der einzelnen Merkmale weit genug fort, so kommt man endlich zu den einfachen Merk-

malen des Begriffs. Denkt man auch diese noch hinweg, so bleibt doch noch der Gedanke eines an Inhalt leeren Begriffs übrig, — der des Etwas. Zwischen diesem als dem höchsten und dem ursprünglich gegebenen, als dem niedrigsten Begriffe liegen daher mehrere Reihen einander untergeordneter Begriffe. Vergleichungsweise heißen die höheren Begriffe allgemeine oder abstracte, die niederen besondre oder concrete. Im Uebrigen bedient man sich zur genauern Bezeichnung der abgestuften Unterordnung der Ausdrücke Classe, Ordnung, Familie, Geschlecht, Gattung, Art, Unterart.

Da durch Abstraction von jedem einfachen Begriffe das Etwas erhalten wird, so kann dieses gleichsam als der allen Begriffen gemeinschaftliche Factor, als die logische Eins betrachtet werden. So wie nämlich die Zahl a so viel als 1.a, so ist der Begriff A so viel als Etwas das A ist, eine Aehnlichkeit, die durch den Begriff der Determination in §. 17 noch vergrößert wird. — Ueber Kategorien im aristotelischen Sinne.

§. 16.

Jede durch Abstraction entstandene Reihe einander untergeordneter Begriffe kann auch in der umgekehrten Ordnung reproducirt werden, wenn man, vom höchsten Begriffe ausgehend, die zuvor abstrahirten Merkmale allmälig wieder hinzufügt. Doch muß dies genau in der umgekehrten Ordnung, in welcher die Abstraction dieser Merkmale statt fand, geschehen, wenn man nicht auf eine andere Begriffsreihe kommen will. Hieraus geht hervor, daß auch die Ordnung, in der die Merkmale des Begriffs verbunden sind, im Allgemeinen wenigstens, zur Bestimmung seines Inhalts wesentlich gehört.

Bewegung ist stetige Veränderung des Ortes. Abstrahire ich nun zunächst das Merkmal der Stetigkeit, sodann das des

Ortes, so entsteht die Begriffsreihe: Bewegung, Ortsveränderung, Veränderung; geht man nun umgekehrt von diesem letzten Begriffe aus und fügt ihm zuerst das Merkmal der Stetigkeit bei, so kommt die von der vorigen im Mittelgliede verschiedene Reihe: Veränderung, stetige Veränderung, Bewegung. — Ueber die mannichfaltige Verwebung der Reihen einander untergeordneter Begriffe vergl. den Anhang I, 2 bis 4.

§. 17.

Die Art, wie bei der eben erwähnten Wiedererzeugung durch Abstraction entstandener Begriffsreihen die Merkmale zu einander hinzugefügt werden, oder, was dasselbe ist, die Art der Verbindung der Merkmale im Begriffe ist keineswegs ein bloßes Nebeneinanderstellen, sondern eine Bestimmung des einen Merkmals oder des bereits gebildeten Complexes von Merkmalen durch das noch hinzukommende (also nicht analog der Addition, sondern der Multiplication). Sie führt daher sehr passend den Namen der Determination. Determination und Abstraction sind entgegengesetzte logische Operationen, wie es Multiplication und Division als arithmetische sind. Die letztere löst auf, was die erstere verbunden hat. Hieraus ergiebt sich die Nothwendigkeit der Unterscheidung zwischen dem zu determinirenden Merkmale und dem, welches determinirt; jenes heißt der Gattungsbegriff (genus) dieses der Artunterschied (differentia specifica).

Man könnte auch nach Analogie der Arithmetik Determinand und Determinator unterscheiden. Die Sprache pflegt das erstere durch die substantive, das zweite durch die adjective Form kenntlich zu machen. — Aus dem §. ergiebt sich, daß es nicht genau richtig ist, den Inhalt eines Begriffs die Summe seiner Merkmale zu nennen.

§. 18.

Da Merkmale selbst Begriffe sind, so läßt sich auch das Verhältniß eines Begriffs zu denjenigen anderen Begriffen erwägen, denen er als Merkmal zukommt. Die Gesammtheit dieser Begriffe heißt der Umfang (ambitus, sphaera) des erstgenannten. Ein Begriff hat demnach einen andern in seinem Umfange, wenn er selbst in dessen Inhalte liegt. Uebrigens liegt jeder Begriff nicht nur im Umfange jedes einzelnen seiner Merkmale, sondern auch im Umfange aller derjenigen Begriffe, die durch irgend welche Verbindungen seiner Merkmale entstehen.

Dieses letztere Verhältniß ist im Anhange unter I, 1. der Rechnung unterworfen.

§. 19.

Aus dem Verhältniß der Merkmale zum Begriffe als der Theile zum Ganzen ergiebt sich unmittelbar auch die Richtigkeit folgender vier Sätze:

1) Was im Inhalte des Merkmals liegt, das liegt auch im Inhalte des Begriffs.

2) Was im Umfange des Begriffs liegt, das liegt auch im Umfange des Merkmals.

3) Was nicht im Inhalte des Begriffs liegt, kann nicht im Inhalte des Merkmals vorkommen.

4) Was nicht im Umfange des Merkmals liegt, kann nicht im Umfange des Begriffs vorkommen.

§. 20.

Nennt man Größe des Inhalts oder Umfangs eines Begriffs die Menge der diesen oder jenen bildenden Begriffe, so läßt sich mittels der Sätze des vorigen §. die Größe des Inhalts und Umfangs von Begriffen, die in einer und

derselben Reihe der Unterordnung liegen, wie folgt, vergleichen.

1) Der Inhalt des niedrigeren Begriffs ist größer als der des höheren; und umgekehrt ist von zwei Begriffen derjenige der niedrigere, welcher den größeren Inhalt hat.

2) Der Umfang des niedrigeren Begriffs ist kleiner als der des höheren; und umgekehrt ist von zwei Begriffen derjenige der niedrigere, der den kleineren Umfang hat.

3) Der Begriff von größerem Inhalte ist immer der kleinere an Umfang; und umgekehrt der Begriff von größerem Umfange ist der kleinere an Inhalt.

Der erste Theil der Sätze 1, und 2, folgt direct und unmittelbar, der zweite apagogisch; z. B. der von 1, so: Gesetzt der Begriff von größerem Inhalte sey nicht der niedrigere, so wäre er, da er nicht identisch seyn kann, der höhere; dann aber wäre, nach dem directen Satze, sein Inhalt kleiner als der des andern, gegen die Voraussetzung. — Die Sätze in 3, folgen durch Verbindung von 1, und 2.

§. 21.

Die Art der Zusammenfassung von Begriffen zum Umfange eines andern ist nicht Determination, sondern Verbindung des Nebeneinanderstehenden, und der Umfang stellt sich als die Summe aller Begriffe dar, die in ihm liegen. Diese logische Verbindungsweise wollen wir Aggregation nennen; sie entspricht der arithmetischen Addition. Um einen Begriff aus dem Umfange eines andern auszuschließen, bedarf es einer der Aggregation entgegengesetzten logischen Operation, die Separation heißen mag. Aggregation und Separation stehen also einander entgegen wie Addition und Subtraction.

§. 22.

Weder solche Begriffe, die im Inhalte Eines Begriffs

als Merkmale liegen, und daher von diesem höhere Begriffe einer und derselben Ordnung sind, noch solche, die im Umfange eines und desselben Begriffs liegen, und daher zu diesem auf der gleichen Stufe der Unterordnung stehen, befinden sich zu einander in einem Verhältniß der Unterordnung. Vielmehr haben sie ein logisches Verhältniß, das wir bisher noch nicht berührt haben, nämlich das der Beiordnung (Coordination), womit also im Allgemeinen die Gleichheit der Beziehung zu einem und demselben dritten Begriffe ausgedrückt wird.

§. 23.

Die Beiordnung ist hiernach doppelter Art, nämlich theils Beiordnung des Inhalts, theils solche des Umfangs. Beigeordnete Begriffe des Umfangs haben offenbar ein gemeinsames Merkmal, nämlich den Begriff, in dessen Umfange sie beigeordnet sind. Beigeordnete des Inhalts dagegen können kein gemeinsames Merkmal haben. Denn da sie einander determiniren, so würden unter dieser Voraussetzung, wenn man statt ihrer selbst ihre Merkmale setzte, gleiche Begriffe einander determiniren, was unmöglich ist, da man hierdurch nicht von der Gattung zur Art gelangte. Beigeordnete Begriffe des Inhalts sind also verschieden ohne alle Gleichheit, also absolut verschieden, und heißen in sofern disparate Begriffe.

§. 24.

Die beigeordneten Begriffe des Umfangs enthalten außer dem gleichen gemeinschaftlichen Merkmale noch verschiedene, die ihre eigenthümlichen Unterschiede (specifischen Differenzen) heißen. Keineswegs sind aber diese Unterschiede disparate Begriffe, sondern sie haben durch ihren nächsthöheren Begriff noch eine Beziehung zu einander und sind also im Umfange dieses selbst beigeordnete Begriffe. Die Verschie-

denheit der beigeordneten Begriffe des Umfangs überhaupt, die auch disjuncte genannt werden, ist also Verschiedenheit mit Gleichheit, also relative Verschiedenheit.

Es kann scheinen, als ob jede Beiordnung im Umfange endlich auf disparaten Begriffen beruhen müßte, da ja nach gänzlicher Absonderung des Gleichen nur absolut Verschiedenes übrig bleiben kann; allein es wird weiter unten klar werden, daß in vielen unsrer Begriffe das Gleiche in mehreren mit dem Ungleichen verschmolzen ist, und sich daher, gleichsam als ein Unendlichkleines, nicht absondern läßt (vgl. §. 102.).

§. 25.

In disparaten sowohl als in disjuncten Begriffspaaren kommt jedem Begriffe auch die Bestimmung zu (obwohl nach §. 28 und 30. nicht beiden Begriffsarten in demselben Sinne), etwas zu seyn, was der andre nicht ist. Hierin giebt sich ein neues logisches Verhältniß zu erkennen, nämlich das des contradictorischen Gegensatzes (oppositio contradictoria). In ihm beruht nicht blos die Verschiedenheit eines Begriffs von einem andern, sondern sein ganzer Inhalt einzig und allein darauf, daß von diesem letztern jener andre Begriff ausgeschlossen wird, so daß er ohne alle weitere Bestimmung nur als das bezeichnet wird, was jener andre nicht ist. Ein so bestimmter Begriff heißt ein verneinender (negativer); der andre, der in ihm verneint wird, ein bejahender (affirmativer, positiver); beide zusammen nennt man gegentheilige, widersprechende, entgegengesetzte Begriffe (notiones e diametro oppositae). — Man kann die Verneinung auch auffassen als die reine Abstraction des bejahenden Begriffs, ohne Angabe dessen, von dem er abstrahirt werden soll. — Verneinung der Verneinung (doppelte Verneinung) ist Bejahung.

Bezeichnung des Gegentheils von A durch Non-A; daher A =

Non-Non-A. — Daß der verneinende Begriff nur der Form nach eine Inhaltsbestimmung giebt, der Sache nach aber völlig unbestimmt läßt, was in ihm gedacht werden soll, darf nicht unbemerkt bleiben.

§. 26.

Der eben erklärte Gegensatz kann auch der unmittelbare oder absolute genannt werden, denn er beruht auf einer unvermittelten Vergleichung der Begriffe. Dagegen kann nun auf zweierlei Art mittelbarer oder relativer Gegensatz entstehen. Einmal nämlich, wenn ein Begriff eine Art des contradictorischen Gegentheils eines andern ist und also vermöge eines seiner Merkmale von ihm ausgesagt werden kann, er sey etwas, was der andre nicht ist. Sodann wenn zwei Begriffe außer einem gemeinschaftlichen Merkmale noch contradictorisch entgegengesetzte enthalten. Dieses zweite Verhältniß, in welchem Gleichheit mit absolutem Gegensatz verbunden ist, führt den besondern Namen des conträren Gegensatzes. Das erstere wollen wir vorzugsweise den relativen Gegensatz nennen.

Rund und eckig sind absolut contradictorisch entgegengesetzt; rund und viereckig relativ in der ersten Art; auf dieselbe Weise, nur noch in entfernterem Grade, kreisrund und viereckig; der Kreis und das Viereck (beides Figuren) sind conträr entgegengesetzt.

§. 27.

Weder der relative, noch der conträre Gegensatz sind, wie der contradictorische, auf zwei Glieder beschränkt. Dies folgt hinsichtlich des ersteren daraus, daß ein Begriff mehrere Arten haben kann; bei dem conträren Gegensatz aber beruht es darauf, daß jedes seiner Glieder, durch neu hinzukommende Paare contradictorischer Merkmale determinirt, in zwei neue Glieder zerfallen kann. Doch ist auch nicht umgekehrt jeder

zweigliedrige Gegensatz ein contradictorischer. Von mehr als zwei conträren Begriffen läßt sich sagen, daß sie eine Reihe beigeordneter Begriffe bilden: denn jeder hat durch diejenigen seiner Merkmale, die denen zweier andern entgegengesetzt sind, so wie durch die Merkmale, welche er mit andern gemeinschaftlich hat, seine bestimmte Stelle zwischen zwei andern, und das logische Verhältniß je zwei benachbarter Begriffe ist immer das gleiche. Disjuncte Begriffe sind conträr entgegengesetzt.

Schwarz und weiß sind nur conträre Begriffe; rechtwinklig, spitzwinklig, stumpfwinklig bilden eine Reihe. Sterblich und unsterblich, durchsichtig und undurchsichtig u. s. w. sind weder contradictorisch noch conträr, sondern relativ entgegengesetzt. Denn unsterblich ist nur eine Art des Nichtsterblichen, etwa das, was zugleich lebendig; eben so ist undurchsichtig nur eine Art des Nichtdurchsichtigen, nämlich das was zugleich körperlich.

§. 28.

Contradictorische wie conträre Begriffe (also auch disjuncte) dürfen nicht in einem und demselben dritten Begriffe als Merkmale vereinigt werden: denn je der eine von beiden hebt stets die Bestimmung, die in dem andern liegt, auf; sie sind also unvereinbare Begriffe. Der Fehler einer solchen Vereinigung heißt ein Widerspruch (contradictio). Disparate Begriffe dagegen sind vereinbar (d. i. ihre Vereinigung ist zulässig, logisch möglich): denn sie sind einander nicht entgegengesetzt, indem die oben (§. 25 zu Anfange) bemerkte Bestimmung, daß der eine etwas sey, was der andre nicht ist, nicht, wie bei den conträren Begriffen, in ihnen liegt, sondern ihnen nur beigelegt werden kann (Vergl. §. 30).

Kein Begriff sollte entgegengesetzte Merkmale haben, denn er darf es nicht, nach logischen Gesetzen; es fehlt jedoch weder im

gemeinen Leben noch in der Wissenschaft an Begriffen, die sie dennoch wirklich haben. In dieser Thatsache tritt der Unterschied zwischen logischem und psychologischem Denken klar hervor. — Ein wahrer Widerspruch entsteht jedoch nur dann, wenn genau Ein und dasselbe entgegengesetzte Bestimmungen erhält; er findet aber nicht statt, wenn die Einheit nur eine collective ist, also eine Vielheit enthält, und also auch mehrere und entgegengesetzte Bestimmungen verträgt. Eine Blume als roth und weiß zu bezeichnen, braucht nicht widersprechend zu seyn; denn gewiß soll damit nicht gesagt werden, daß die Stelle, welche roth ist, auch weiß sey (vergl. Herbart's Lehrb. z. Einleit. §. 39).

Daß nur von der Möglichkeit der Vereinigung disparater Begriffe, nicht aber von der Nothwendigkeit die Rede seyn kann, erhellt schon daraus, daß im letztern Falle alle disparate Begriffe ursprünglich in Eins verbunden vorkommen müßten, und nur ihre Sonderung zu erklären wäre. Dann aber würden sie eine ursprüngliche Beziehung zu einander haben, die ihnen in der That fremd ist.

§. 29.

Alle bisher entwickelte logische Verhältnisse beruhen zuletzt auf der Auflösung des Begriffs in seine Merkmale und können daher analytische heißen. Die hieraus hervorgehende Verbindung (die Determination) ist keine ursprünglich gemachte, sondern nur eine Wiederherstellung des ursprünglich vereinigt Vorgefundenen. Es läßt sich aber auch im Gegentheil eine Verbindung von Begriffen denken, von denen keiner in dem andern, noch beide in einem dritten liegen, sondern, die ursprünglich getrennt gegeben sind; eine Verbindung, durch welche nicht, wie durch die Determination, ein neuer Begriff, die Art, erzeugt, sondern nur eine Beziehung der Begriffe ausgedrückt wird, und also auch nur die Verbindung das Neue ist, was entsteht. Sie wird ursprüngliche Synthesis genannt werden können.

Verbinde ich mit dem Begriffe eines gleichschenkligen Dreiecks den der Rechtwinkligkeit, so determinire, beschränke ich den

ersteren, steige von der Gattung zur Art herab und bilde somit einen neuen Begriff. Bezeichne ich dagegen das gleichseitige Dreieck als gleichwinklig, so findet durchaus nichts ähnliches statt: denn das gleichseitige und gleichwinklige Dreieck ist nicht mehr und nicht weniger als das gleichseitige ohne den Zusatz der Gleichwinkligkeit.

§. 30.

Die Logik kann eine solche Synthesis nur als ein mögliches Verhältniß der Begriffe erkennen, aber weder über ihre Gültigkeit entscheiden, noch die Bedingungen derselben angeben. Es wird aber diese Synthesis durch andre wissenschaftliche Erkenntnisse zu einer Thatsache, die die Logik nicht unberücksichtigt lassen darf, und sie stellt sie daher unter dem Namen des Verhältnisses der Einstimmung der Begriffe, unbekümmert um die besondren Formen, die es bei näherer Erörterung annehmen mag, als Ergänzung der blos analytischen Beziehungen der Begriffe, diesen gegenüber. Das Verhältniß einstimmiger Begriffe drückt man auch dadurch aus, daß man sagt, der eine solcher Begriffe komme dem andern zu, lasse sich ihm als äußeres Merkmal beilegen, sey eine Eigenschaft von ihm.

Ein Begriff, der mit einem andern einstimmig ist, ist es auch mit jeder Art desselben. Ist aber von zwei Begriffen der eine mit einem dritten einstimmig, der andre demselben conträr entgegengesetzt, so entsteht zwischen ihnen ein mittelbarer conträrer Gegensatz; ein logisches Verhältniß, für welches sich die Benennung Widerstreit (contradictio in adjecto) am besten eignet.

Zu den einstimmigen Begriffen gehören alle Beziehungsbegriffe (Relationsbegriffe) wie Grund und Folge, Ursache und Wirkung, Substanz und Accidens, Subject und Object, Subject und Prädicat, Vater und Sohn u. s. w. Der Inhalt jedes dieser Begriffe ist nur durch die Beziehung auf den zugehörigen gegeben, keiner ohne den andern denkbar,

die Aufhebung einer solchen Beziehung also ein Widerspruch. Hierher gehören ferner die Beziehungen der Adjective auf gewisse Classen von Substantiven, denen sie ausschließlich zukommen. So können durchsichtig und undurchsichtig nur einem Körper, farbig oder farblos nur einer Fläche, sterblich und unsterblich nur einem Lebendigen zukommen. Das Ueberschreiten dieser Beziehungen giebt einen Widerstreit, keinen eigentlichen Widerspruch. So z. B. ein durchsichtiger Geist ist eine contradictio in adjecto: denn durchsichtig bezieht sich auf Körper, den conträren Gegensatz von Geist; eben so ein gleichseitiges und rechtwinkliges Dreieck: denn dem gleichseitigen Dreieck kommen Winkel = ⅔ vom Rechten, also nicht gleich dem Rechten zu. — Der Ausdruck contradictio in adjecto kann übrigens allerdings auch dann gebraucht werden, wenn ein Begriff durch einen andern determinirt wird, der das Gegentheil eines seiner Merkmale ist, und also (nach §. 26) mit ihm selbst in mittelbarem contradictorischen Gegensatze steht.

Man scheint sonst Einstimmung und Vereinbarkeit so wie Widerstreit und Gegensatz nicht hinlänglich zu unterscheiden. Es sind dies aber nach dem Vorstehenden durchaus verschiedene Verhältnisse. Die Vereinbarkeit mag man dem Aneinanderpassen, die Einstimmung dem Aufeinanderpassen zweier Figuren vergleichen. Vielleicht scheint aber Manchem die Unterscheidung zwar nicht tadelnswerth, aber das Verhältniß der Einstimmung, als Ausdruck der Verknüpfungsfähigkeit von Begriffen, dem Abschnitt von den Urtheilen zu gehören; allein nach unsrer Ansicht beruhen alle Urtheile auf Begriffsverhältnissen, und es müssen daher alle und nicht blos die analytischen zuvor erklärt seyn.

Daß endlich das Verhältniß der Einstimmung aus bloßer Logik nicht vollständig begreiflich ist, geht schon daraus hervor, daß sich kein allgemeines Kennzeichen der Einstimmung zweier Begriffe geben läßt. Auch weisen die oben beispielsweise aufgeführten Relationsbegriffe deutlich genug auf metaphysische Untersuchungen hin, die noch hinzukommen müssen.

Zweiter Abschnitt.

Von den Urtheilen.

Erstes Kapitel.

Entwickelung der einfachsten Urtheilsformen.

§. 31.

Die in dem ersten Abschnitte aufgefundenen Verhältnisse der Begriffe enthalten die Bedingungen, unter denen irgend welche zwei gegebene Begriffe unmittelbar mit einander verknüpft werden können oder nicht, mag nun diese Verknüpfung in der Einschließung des Theils im Ganzen oder der Vereinigung von Theilen eines Ganzen oder in der bloßen Verbindung gesonderter Begriffe bestehen; oder das Gegentheil der Verknüpfung bloße Trennung oder Unvereinbarkeit oder Widerstreit seyn. Die **Art und Weise** aber, wie eine solche Verknüpfung ausgedrückt oder geleugnet wird, giebt der logischen Form des **Urtheils** den Ursprung. **Das Urtheil ist daher der logische Ausdruck des Verhältnisses gegebener Begriffe hinsichtlich ihrer Verknüpfungsfähigkeit.** Die Art und Weise dieses logischen Ausdrucks heißt die **Form** des Urtheils; die Begriffe, deren Verknüpfungsverhältniß er betrifft, geben die **Materie** desselben.

Der grammatische Ausdruck des Urtheils ist der **Satz**; auch hier ist das Sprachliche von dem rein Logischen streng zu

sondern. — So wenig übrigens wie sonst die Logik aus dem Kreise der Begriffe heraustritt, so wenig kann hier von „Gegenständen" die Rede seyn, die entweder (nach Fries) durch Begriffe erkannt, oder auf welche (nach Krug) Begriffe bezogen, oder deren Verhältniß (nach Hoffbauer) im Urtheil gedacht werden soll. Diejenigen Beziehungen des Urtheils aber, die zu diesen Ansichten Veranlassung geben konnten, finden sich weiter unten (Anm. zu §. 36. u. 39.) entwickelt. — Von Verknüpfung oder Verbindung von Begriffen ist zwar schon im ersten Abschnitte gehandelt worden, aber die Untersuchung über „die Art und Weise", wie sie zu Stande kommt oder nicht, ist jedenfalls neu.

§. 32.

Aus dem gegebenen Begriffe des Urtheils erhellt unmittelbar, daß seine Form nothwendigerweise schon ursprünglich eine doppelte ist, je nachdem nämlich eine Verknüpfung gegebener Begriffe als zulässig erkannt wird oder nicht. Demnach sind alle Urtheile entweder bejahende (affirmative) oder verneinende (negative). Diese Grundeintheilung heißt diejenige hinsichtlich der Qualität des Urtheils, d. i. der Beschaffenheit des Verknüpfungsverhältnisses im weiteren Sinne. Dieses Verhältniß wird durch die Copula „ist" oder „ist nicht" in den einfachsten Urtheilsformen:

A ist B; und: A ist nicht B;

zur Darstellung gebracht.

§. 33.

Obgleich Verknüpfung, mag sie nun bejaht oder verneint werden, ein Verhältniß ist, das jedes der verknüpften Glieder betrifft, so wird doch die Folge lehren, daß keineswegs beide immer gleich dabei betheiligt sind; auch ist ohnedies klar, daß, wenn man die Art und Weise der Entstehung einer Verbindung im Denken untersucht, ein Glied als das frühere, das andre als das hinzukommende spätere wird betrachtet werden müssen. Es ist daher der anzu-

knüpfende (oder nicht anzuknüpfende) Begriff von dem vorauszusetzenden, an welchen er angeknüpft werden soll (oder nicht), zu unterscheiden. Dieser heißt das Subject, jener das Prädicat des Urtheils. In den beiden Formeln am Ende des vorigen §'s ist also A Subject und B Prädicat.

§. 34.

Subject und Prädicat beziehen sich auf einander, sind Relationsbegriffe (§. 30. Anm.): denn das Prädicat ist Prädicat für das Subject, und das Subject ein solches für das Prädicat. In sofern ist also die Art, wie beide Begriffe im Urtheil gedacht werden, keine absolute, sondern nur eine relative Setzung. Von dem Subject als „dem Vorauszusetzenden" giebt übrigens schon diese Bezeichnung zu erkennen, daß es nur hypothetisch gesetzt ist. Die Formel: A ist B; enthält daher keineswegs die Behauptung, daß A sey, sondern muß vielmehr nur als die Abkürzung der vollständigen Formel: wenn A ist, so ist A, B, angesehen werden. Beide Formen sind also nicht wesentlich verschieden; doch wollen wir, in Uebereinstimmung mit dem Herkömmlichen, die verkürzte Form die kategorische, die vollständige die hypothetische nennen.

Ueber den letzten Theil des §.'s vgl. Herbart's Lehrb. z. Einleit. §. 53. Anm. 2. (3te Ausg.) Im Urtheil: A ist B; kann nur dann die Behauptung, daß A sey, liegen, wenn noch das Urtheil: es ist A; hinzukommt, dessen Form weiter unten (§. 59.) näher beleuchtet werden wird. — Die Eigenthümlichkeit des hypothetischen Urtheils im engern Sinne wird ebenfalls weiter unten erwogen werden (§. 61.).

§. 35.

Das einfachste unmittelbar klare bejahende Urtheil ist: A ist A; das einfachste ebenso unmittelbar klare verneinende: A ist nicht Non-A. Ersteres heißt der Satz der Einer-

leiheit (principium identitatis), letzteres der Satz des Widerspruchs (principium contradictionis). In Worten kann jener durch: „jeder Begriff ist was er ist", dieser durch: „Entgegengesetztes ist nicht einerlei" ausgedrückt werden. Auf diesen beiden logischen Grundsätzen beruht die Gültigkeit aller andern bejahenden oder verneinenden Urtheile. Zu ihnen kommt noch der dritte: von je zwei beliebigen Begriffen A und B gilt immer eins der beiden Urtheile: A ist B; oder A ist nicht B. Dieser ebenfalls unmittelbar anzuerkennende Satz heißt der Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten (principium exclusi tertii seu medii).

Stellt man diese Grundsätze, der Geometrie blind nachahmend, an die Spitze der ganzen Logik, so können sie theils nicht vollkommen deutlich werden, theils stehen sie lange Zeit völlig müßig. In den meisten Lehrbüchern begreift man überhaupt nicht recht, wozu sie dienen sollen, da nichts aus ihnen geschlossen wird. Ihre wahre Bedeutung für die Logik scheint am richtigsten Twesten (die Logik, insbesondere die Analytik. Schleswig 1825) erkannt zu haben. — — Fehlerhafte Ausdrücke der Sätze der Einerleiheit und des Widerspruchs fanden sich früher, besonders in der Periode der Wolff'schen Philosophie. Die gänzliche Entstellung aber des Grundsatzes vom ausgeschlossenen Dritten in den Schulen der Identitätsphilosophie hat Herbart gerügt, in seiner commentatio de principio logico exclusi medii inter contradictoria non negligendo. Gotting. 1833. Andre ähnliche Verdrehungen logischer Verhältnisse durch Hegel finden sich aufgedeckt in Hartenstein's dissert. de methodo philos. logicae legibus adstringenda, finibus non terminanda. Lips. 1835. — Drückt man den Satz vom ausgeschlossenen Dritten so aus: A ist entweder B oder Non-B; so ist dies zwar streng genommen dasselbe, was die Formel des §'s aussagt (wiewohl dies, genau genommen, erst aus §. 42 erhellt), aber es ist streng darauf zu achten, daß Non-B auch das echt-contradictorische Gegentheil von B sey. Durch Verwechselung desselben mit dem conträren oder auch relativen kann leicht der Wahn entstehen, das princ. exclusi tertii sey fehlerhaft und müsse in ein principium tertii intervenientis verwandelt werden. Man wird

z. B. von den beiden Urtheilen: „Geister sind durchsichtig" und „Geister sind undurchsichtig" oder von diesen: „Edelsteine sind sterblich" und „Edelsteine sind unsterblich" mit Recht keins gelten lassen. Gleichwohl beweist dies nichts gegen die Richtigkeit des princ. excl. tert.: denn weder durchsichtig und undurchsichtig noch sterblich und unsterblich sind absolut entgegengesetzt, sondern nur relativ, worauf bereits in §. 27. Anmerk. aufmerksam gemacht worden ist.

§. 36.

Wenn und wiefern nun zwei Begriffe, A, B, sich als identisch betrachten lassen, wird man vermöge des Satzes der Identität berechtigt seyn, sie zu einem bejahenden Urtheil zu verknüpfen. Dies kann, mit Ausschluß der absoluten Identität, auf welche sich der Grundsatz selbst bezieht, in folgenden Fällen relativer Identität geschehen.

1) Entweder steht B zu A im Verhältniß des Merkmals zum Begriff;

2) oder es steht A zu B im Verhältniß des Merkmals zum Begriff;

3) oder A und B sind als Merkmale in einem dritten Begriffe vereinigt;

4) oder B ist mit A einstimmig.

In den beiden ersteren Fällen kann die Identität als eine innere, in den beiden andern als eine äußere bezeichnet werden; daher können die aus 1, und 2, hervorgehenden Urtheile analytische, diejenigen aber, welche sich auf 3, und 4, gründen, synthetische heißen. In den ersteren wird eine Verknüpfung ausgesprochen, die, wenn der Inhalt der verknüpften Begriffe bekannt ist, sich von selbst versteht. In diesem Falle sind also analytische Urtheile Tautologien. Ist aber das Subject eine noch unbestimmte Vorstellung, so dient das analytische Urtheil zur theilweisen Bestimmung seines Inhalts. Durch das synthetische Urtheil dagegen werden Be-

ziehungen der Begriffe ausgedrückt, die über ihren Inhalt hinausführen.

Daß hier auch Einstimmung und Vereinigung unter den Gesichtspunct der Identität gestellt werden, findet darin seine Rechtfertigung, daß Begriffe, die in diesem Verhältniß stehen, zwar keine gemeinschaftlichen Theile haben, aber doch ein verbundenes Ganze, eine synthetische Einheit bilden, also in ihrem Zusammen identisch sind.

Der Unterschied der analytischen und synthetischen Urtheile ist zwar kein Formenunterschied der Urtheile, sondern trifft nur den Grund der Verknüpfung, und mag in sofern der Logik fremdartig erscheinen; aber er entspringt doch aus logischunterscheidbaren Verhältnissen und kann deshalb ohne Beeinträchtigung der Deutlichkeit, und für manche Fälle selbst der Gründlichkeit, nicht übergangen werden.

Die im §. angegebene zweite Bedeutung der analytischen Urtheile ist eine der oben (§. 31. Anm.) erwähnten Beziehungen, welche verleiten konnte, das Subject für etwas andres zu nehmen als für einen bloßen Begriff — für einen Gegenstand.

§. 37.

Die vier angegebenen Fälle relativer Identität ordnen sich aber noch in andrer Hinsicht in zwei Classen. Denn die unter 1, und 4, aufgeführten führen auf eine andre Form von bejahenden Urtheilen als die unter 2, und 3. In 1, nämlich ist B als Merkmal von A in der Beschränkung, die es durch die Determination mittels der andern Merkmale von A erhält, damit identisch, = A; daher kann hier anstatt: A ist B; bestimmter gesagt werden: A ist eine Art von B, ohne daß näher bekannt wäre, welche Art es sey. In 4, kann unterschieden werden, ob B eine ausschliesliche Eigenschaft von A oder eine ihm mit andern Begriffen gemeinsame ist. Im ersteren Falle bildet das unbeschränkte B, im letzteren dasselbe in einer gewissen Beschränkung, mit A eine (synthetische) Einheit, ist mit ihm zusammen und in so-

fern identisch. Also bedeutet hier: A ist B; oder, wie es jetzt oft passender heißt, A hat B; entweder soviel als: mit A ist B selbst, oder auch: mit A ist eine Art von B verbunden. Ist dagegen, wie in 2, A ein Merkmal von B, so ist es nur in einer gewissen Beschränkung identisch mit B; also: eine Art von A ist B. In 3, aber sind A und B als Merkmale in einem dritten Begriffe vereinigt und nur durch diese Vermittelung zur Einheit verbunden; daher hier das Urtheil vollständig heißt: eine Art von A ist eine Art von B.

§. 38.

Unter diesen verschiedenen Ausdrücken kann man als die Hauptformen betrachten:

A ist eine Art von B; und

Eine Art von A ist eine Art von B;

gegen welche die übrigen nur als specielle Fälle erscheinen, die sich den vorstehenden unterordnen lassen, wenn man sich den Ausdruck erlaubt, B selbst als die höchste seiner Arten aufzufassen. Hieraus ergiebt sich die Eintheilung der bejahenden Urtheile in allgemeine und besondre. Urtheile der ersteren Art entstehen, wenn der Subjectsbegriff ohne alle Beschränkung aufgestellt wird; die letztere Art dagegen wird durch Beschränkung des Subjects durch einen Artunterschied erhalten. Diese Eintheilung trifft offenbar die Form des Urtheils und gehört daher ganz dem Gebiete der Logik. Aus einem Grunde, der erst im folgenden §. deutlicher vortreten wird, heißt sie die Eintheilung nach der Quantität. Mit der Eintheilung nach der Qualität (§. 32.) verglichen ist sie dieser untergeordnet, wie schon daraus erhellt, daß wir vor der Hand nur die bejahenden Urtheile nach der Quantität eingetheilt haben.

Verbinden wir den Quantitätsunterschied mit dem des Analytischen und Synthetischen, so lassen sich die Begriffsverhältnisse bejahender Urtheile wie folgt charakterisiren: es ist:

1) im analytischen allgemeinen Urtheil A Begriff, B Merkmal;

2) im analytischen besondern A Merkmal, B Begriff;

3) im synthetischen allgemeinen A Begriff, B Eigenschaft;

4) im synthetischen besondern sowohl A als B Merkmal eines dritten Begriffs.

§. 39.

Der quantitative Unterschied der Urtheile kann aber auch noch von einer andern Seite aufgefaßt werden, indem man die Frage erörtert: wie weit durch das gegebene Verknüpfungsverhältniß der Begriffe A und B dasjenige der in ihrem Umfange liegenden Begriffe gegeben sey. Hier ist zuvörderst klar, daß, wenn B Merkmal von A, es auch Merkmal aller Begriffe unter A seyn wird (§. 19.), daß dagegen, wenn es A nur in einer gewissen Beschränkung gleich, also umgekehrt A Merkmal von B ist, es auch nur in demjenigen Theile des Umfangs von A, für dessen Begriffe das solchergestalt beschränkte A gemeinschaftliches Merkmal ist, gemeinsames Merkmal seyn wird. Verstehen wir daher jetzt unter A nicht mehr den Inhalt des so benannten Begriffs, sondern collectiv die Begriffe seines Umfangs, so erhalten wir als Typus der allgemeinen und besondern bejahenden Urtheile, und zwar zunächst der analytischen, die Formen:

Alle A sind B; und

Einige (viele, wenige, die meisten x.) A sind B.

Sie gelten aber auch für synthetische Urtheile, wiewohl dann aus andern Gründen. Denn ist B mit dem unbeschränkten A einstimmig, so kommt es auch allen Begriffen in dessen Umfange zu; findet diese Einstimmung aber nur für A in einer gewissen Beschränkung statt, so gilt sie auch nur für einen Theil von dessen Umfange (§. 30.).

Ein bejahendes Urtheil, das ohne nähere Bezeichnung seiner Quantität gegeben ist, muß für ein allgemeines genommen werden, da ein besondres eine Beschränkung des Subjects erfordert, die ohne ausdrückliche Erwähnung sich nie von selbst versteht.

Seit Kant, zum Behuf seiner „transcendentalen" Logik, seine symmetrische Tafel der Urtheile gab, führen die meisten Lehrbücher neben den allgemeinen und besondren noch Einzelurtheile auf, in welchen das Subject individuell, d. i. ein Einziges seiner Art seyn soll. Sie sind aber, da ihr ganzer Umfang nur in ihnen selbst beruht, nur als ein besondrer Fall der allgemeinen Urtheile zu betrachten. Doch liegt der Charakter solcher Urtheile nicht blos in der Einzelheit des Subjects, sondern zugleich in der Bestimmtheit desselben. Ist es nur ein unbestimmt Einzelnes, so muß das Urtheil, mit Hinsicht auf den Gattungsbegriff, in dessen Umfange sein Subject ein Einzelnes ist, vielmehr als ein besondres angesehen werden. Z. B. das Urtheil „ein Deutscher erfand die Buchdruckerkunst" ist als ein besondres zu betrachten. Substituirt man dagegen statt des unbestimmten „ein Deutscher" das bestimmte „Guttenberg", so ist das Urtheil von der Form eines allgemeinen. —

Die in diesem § gefundene Bezeichnung der Quantität des Urtheils muß als die zweite Veranlassung zu der Ansicht, die Urtheile haben es mit Gegenständen zu thun, angesehen werden (vgl. §. 31 Anm. und §. 36 Anm.).

§. 40.

Die verneinenden Urtheile, zu denen wir jetzt übergehen, gestatten eine ganz ähnliche Behandlung wie die bejahenden. Ihr Princip ist der Satz des Widerspruchs. Zwischen zwei Begriffen A und B kann nämlich außer dem absoluten Widerspruch, auf den sich der Grundsatz selbst bezieht, auf vierfache Weise relativer unterschieden werden.

1) Entweder A hat B nicht als Merkmal, oder Eigenschaft.

2) oder A hat das Gegentheil von B oder einem Merkmale desselben zum Merkmale;

3) oder A und B sind disparat;

4) oder A und B sind widerstreitend.

Auch hier können die beiden ersten Fälle als innerer, die beiden letzteren als äußerer Widerspruch bezeichnet und damit die Unterscheidung analytischer und synthetischer Urtheile auch auf die verneinenden übertragen werden.

Diese Unterscheidungen mögen folgende Beispiele erläutern: Zu 1: Die Bäume haben im Winter keine Blätter; oder: in der Zahl liegt nichts Zeitliches. Zu 2: viereckig ist nicht rund; oder: ein Viereck ist kein Kreis. Zu 3: blau ist nicht süß. Zu 4: das gleichseitige Dreieck ist nicht rechtwinklig. — Daß disparate Begriffe vereinbar sind (§. 28), hindert nicht, von ihnen zu sagen, daß sie in relativem, d. i. in sofern im Widerspruche stehen, als man von je einem sagen kann, daß er etwas sey, was der andre nicht ist.

§. 41.

Aber auch der Unterschied des Allgemeinen und Besondern findet sich bei den verneinenden Urtheilen wieder. Im 1sten und 3ten Falle des vorigen §'s leugnet das verneinende Urtheil keineswegs die Vereinbarkeit oder Verknüpfbarkeit, d. i. die Möglichkeit der Vereinigung, der Verbindung der beiden Begriffe, sondern nur dies, daß sie in gewisser Hinsicht, in einem bestimmten Falle, auf den sich das Urtheil bezieht, statt finde. In andrer Beziehung, andren Fällen kann dies sehr wohl anders sein. Hat ein Begriff einen andern nicht als Merkmal, so kann er ihn doch als Eigenschaft besitzen; ist auch dies nicht der Fall, so kann er wenigstens durch ihn determinirbar seyn. Bezieht sich aber die Verneinung auf disparate Begriffe, so sind diese wenigstens nicht unvereinbare, also bleibt die Möglichkeit der Vereinigung und eines daraus hervorgehenden bejahenden Urtheils übrig. In

beiden Fällen ist daher das verneinende Urtheil nur ein besondres. Im 2ten und 4ten Falle dagegen muß ohne alle Beschränkung die Verknüpfung beider Begriffe geleugnet werden, daher wird hier das verneinende Urtheil allgemein. Als Ausdruck dieses wie jenes sind zunächst folgende Formeln zu betrachten:

A ist keine Art von B;

Eine Art von A ist keine Art von B.

Mit Beziehung auf die einzelnen Fälle des Umfangs aber lassen sich beide Formen so ausdrücken:

Kein A ist B;

Einige A sind nicht B.

Ueberall wo ein verneinendes Urtheil ohne nähere Bezeichnung seiner Quantität gegeben ist, kann es für nicht mehr als für ein besondres genommen werden, da dem allgemeinen immer das bestimmte Verhältniß des Gegensatzes der Begriffe unterliegt, das ohne besondre Nachweisung nicht vorausgesetzt werden darf.

Die Begriffsverhältnisse der vier Arten verneinender Urtheile lassen sich nun wie folgt charakterisiren:

1) Im analytischen allgemeinen sind die Begriffe entgegengesetzt;

2) im analytischen besondern blos unverbunden (unvereint, unverknüpft);

3) im synthetischen allgemeinen widerstreitend;

4) im synthetischen besondern disparat.

Fries's Behauptung (System d. Log. 2. Ausg. S. 137), daß alle Urtheile bezeichnet (mit Quantitätsbestimmungen versehen) seyn müßten, und daß unbezeichnete Sätze (z. B. Reichthum ist noch nicht Glückseligkeit) nicht Urtheile, sondern bloße „Vergleichungsformeln" seyen, beruht auf zu enger Erklärung des Urtheils. Treffend dagegen sind die durch die mathematischen und ästhetischen Urtheile erläuterten Bemerkungen Herbart's (Hauptpuncte der Metaphysik S. 117) über die gänzlich secundäre Natur der Quantitätsbestimmungen des Urtheils.

§. 42.

Jedes verneinende Urtheil kann in bejahender Form ausgedrückt werden, wenn die Verneinung aus der Copula in das Prädicat versetzt, also: A ist nicht B; in: A ist Non-B; verwandelt wird. Denn wenn A keine Art von B, so ist es von dessen Umfange ausgeschlossen, liegt also im Umfange eines Begriffs, der weder B seyn noch B als Merkmal enthalten kann, also eine Art von Non-B ist. — Durch dieselbe Versetzung der Verneinung aus der Copula in das Prädicat kann auch, durch doppelte Verneinung, jedes bejahende Urtheil: A ist B in der verneinenden Form: A ist nicht Non-B ausgedrückt werden.

Die in bejahender Form verneinenden Urtheile führt Kant's Urtheilstafel unter dem Namen der unendlichen Urtheile als den bejahenden und verneinenden beigeordnet auf. Diesen Rang verdienen sie aber nicht, da sie nur eine besondre Art der bejahenden sind. Unendlich heißen sie, weil in ihnen das Subject nicht in eine endliche Sphäre ein-, auch nicht eigentlich von einer solchen ausgeschlossen (was im verneinenden Urtheil geschieht), sondern ihm die unendliche Sphäre von Non-B angewiesen wird. Die schematische Construction der Urtheile in §. 44. wird dies noch deutlicher machen. Neuere Logiker nennen die unendlichen Urtheile limitative, indem sie meinen, daß sich in ihnen Bejahung und Verneinung gegenseitig begrenzen.

§. 43.

Wenn man die Urtheile als Darstellungen der Verhältnisse der Begriffe hinsichtlich der Verknüpfung ihrer Umfänge auffaßt (§. 39), so ist es nöthig, eine zweifache Art ihrer Entstehung zu unterscheiden. Einmal nämlich können die Formeln: Alle A sind B; Einige A sind B; Kein A ist B; Einige A sind nicht B; wie in den §§. 39 und 41 gezeigt worden ist, aus dem bekannten logischen Verhältniß des Inhalts der Begriffe A und B gefolgert werden. Sie können aber auch zweitens durch

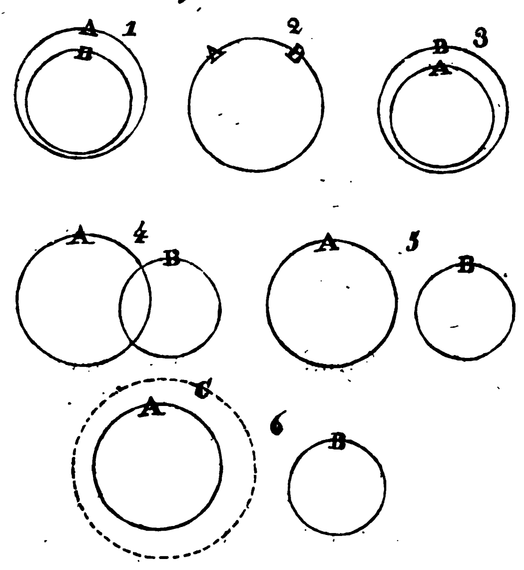
Abstraction, aus den einzelnen Fällen, deren Zusammenfassung sie darstellen, entstanden seyn, so daß z. B. aus den Einzelurtheilen, A′ ist B; A″ ist B; A‴ ist B; ꝛc. das besondre Urtheil: Einige A sind B; gefolgert wurde. Diese Zusammenfassung des Einzelnen zum Besondern oder Allgemeinen heißt die Induction. Bei Urtheilen, welche auf diese Weise entstanden sind, läßt sich keineswegs aus ihrer Quantität rückwärts mit Sicherheit auf ein bestimmtes logisches Inhaltsverhältniß von Subject und Prädicat schließen. Denn das besondre inductorische kann durch erweiterte Induction zum allgemeinen erhoben werden; die inductorische Allgemeinheit aber bezieht sich immer nur auf den gegebenen Umfang eines Begriffs, nicht aber auf den möglichen Umfang desselben, der gar wohl größer seyn kann als jener; sie steht also der streng logischen Allgemeinheit in der Regel nach, fällt jedoch mit dieser zusammen, wenn sich die aufgezählten Fälle als der vollständige Umfang des Begriffs nachweisen lassen.

Für die negativen Urtheile beruht die echte Allgemeinheit auf Gegensatz, die inductorische auf dem bloßen Factum des Nichtverbundenseyns der beiden Begriffe des Urtheils in allen einzelnen bekannten Fällen. Ein interessantes Beispiel der Verwechselung strenger und inductorischer Allgemeinheit ist folgendes. Vor Entdeckung des Ornithorhynchus galt inductorisch allgemein der Satz: Kein Säugethier hat einen Schnabel. Er galt aber keineswegs in strenger Allgemeinheit, wie Sir Thom. Browne in der That fälschlich meinte (S. Blumenbach Abbildungen naturh. Gegenst. Nr. 41) Dazu wäre etwa eine Nachweisung der Unvereinbarkeit eines Schnabels mit den übrigen Organismen eines Säugethiers nach irgend einer physiologischen Theorie nöthig gewesen, die jedoch, wie, die Entdeckung des Schnabelthiers beweist, nur hätte fehlerhaft seyn können.

§. 44.

Die zweite Ansicht von den Urtheilen, welche sie als Dar-

stellungen von Umfangsverhältnissen betrachtet, erlaubt auch, sie ganz als Größenverhältnisse aufzufassen und ihre qualitativen und quantitativen Unterschiede durch schematische Constructionen zu versinnlichen. Stellt man nämlich die Umfänge der Begriffe durch Kreisflächen dar, deren verhältnißmäßige Größe derjenigen der Umfänge entspricht, so ist Fig 1. des Schema des allgemein bejahenden Urtheils, und zwar des analytischen, sofern der Kreis A wirklich ein Theil von B ist, des synthetischen dagegen, sofern der Kreis A gesondert von B besteht und, wie in der geometrischen Congruenz, auf B gelegt gedacht wird (§. 30 Anm.). In dem schon oben (§. 37) bemerkten besondern Falle des allgemein bejahenden synthetischen Urtheils, wo B ausschließliches Merkmal von A ist, würde Fig. 2. gelten, in der also der Kreis A mit B congruirend zu denken ist. Das besonders bejahende analytische Urtheil stellt das Schema 3., das besonders bejahende synthetische das Schema 4. dar, wenn man es in sofern betrachtet, als die beiden Kreisflächen zum Theil auf einander liegend gedacht werden. Fig. 5. ist das Schema des allgemein verneinenden Urtheils, und zwar im engern Sinne des analytischen. Das synthetische bedarf noch eines vermittelnden Begriffs C, so daß kein A, B, sofern jedes A, C und kein C, B ist. Dieses Verhältniß deutet Fig. 6. an; es ist wesentlich dasselbe wie in Fig. 5., nur der Grund des Gegensatzes ein andrer. Das besonders verneinende analytische Urtheil wird durch Fig. 3. dargestellt, sofern A Theile außer B hat. Endlich ist Fig. 4. hinsichtlich der außer einander liegenden Theile von A und B das Schema des besonders verneinenden Urtheils.



Die Erfindung dieser Versinnlichung durch Kreise schreibt man gewöhnlich Euler zu, der in den Briefen an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände aus der Physik und Philosophie Bd. II. S. 90 ff. davon Gebrauch macht. Viel früher schon bediente sich aber dieses Hülfsmittels Joh. Christi. Lange (Prof. zu Gießen) in seinem 1712 erschienenen Nucleus Logicae Weisianae; s. Lambert's Architektonik Bd. I. S. 128. Hiernach scheint Weise (Christi.) der erste Erfinder dieser logischen Kreise zu seyn. Er starb 1708 als Rector zu Zittau. —

Ob man, wie in der vorstehenden Darstellung, Kreise oder, mit Ploucquet, Vierecke, oder, mit Maaß, Dreiecke braucht, ist natürlich völlig gleichgültig. Wesentlich davon verschieden, aber weniger bequem und deutlich, ist die Bezeichnung Lambert's (Neues Organon Bd. I. S. 111 ff.) durch ausgezogene und punctirte Linien. Lambert wollte nämlich nicht anerkennen, daß im bejahenden Urtheil in gewisser Hinsicht immer eine Identität behauptet werde. Vgl. den Anhang II.

Zweites Kapitel.

Logische Verhältnisse der einfachsten Urtheilsformen; unmittelbare Folgerungen.

§. 45.

Die im ersten Kapitel entwickelten einfachsten Urtheilsformen führen nicht zufällig die Namen der allgemeinen und besondern, bejahenden und verneinenden, sondern stehen hinsichtlich ihrer Form, also abgesehen von ihrer Materie, welche bei dieser Vergleichung dieselbe bleibt, in der That in den durch jene Worte bezeichneten logischen Begriffsverhältnissen. — Zuerst ist nämlich das besondre Urtheil, sey es bejahend oder verneinend, dem allgemeinen von der gleichen Qualität untergeordnet. Denn der Unterschied des allgemeinen Urtheils vom besondern beruht nur auf der unbeschränkten oder beschränkten Setzung des Subjects; jenes verhält sich also zu diesem wie ein allgemeiner Begriff zu dem ihm untergeordneten besondern.

§. 46.

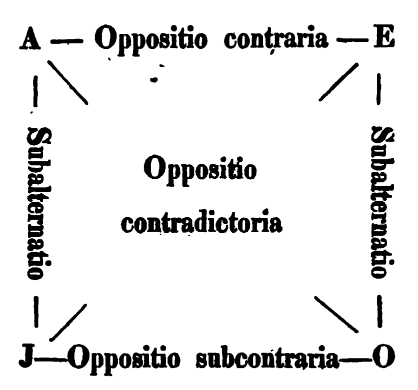
Vergleichen wir auf dieselbe Weise, unter Voraussetzung gleicher Quantität, das bejahende Urtheil mit dem verneinenden, so finden wir das allgemein bejahende und das allgemein verneinende im conträren Gegensatze, da sie neben dem Entgegengesetzten der Qualität noch die gemeinschaftliche Bestimmung der Quantität enthalten. Das gleiche Verhältniß scheint auf den ersten Anblick zwischen den besondern Urtheilen: Einige A sind B; und: Einige A sind nicht B: statt zu

finden; allein da jene „Einige A“ nur einen unbestimmten Theil des Umfangs von A oder eine unbestimmte Beschränkung des Inhalts dieses Begriffs anzeigen, so haben jene beiden Urtheile nicht nothwendig ein und dasselbe Subject, obgleich es so zu seyn scheint; sie sind also nicht mit Bestimmtheit Urtheile von einerlei Materie, und sie stehen daher nur dann in einem logischen Verhältniß, nämlich dem des conträren Gegensatzes, wenn man der Identität der Materie versichert ist. Im Allgemeinen haben die Logiker zur Bezeichnung ihres Verhältnisses den Namen des subconträren Gegensatzes erfunden, der aber, wie aus dem Vorstehenden erhellt, entweder mit dem conträren zusammenfällt oder gar kein logisches Verhältniß anzeigt.

§. 47.

Aendert man in dem conträr entgegengesetzten Urtheil auch noch die quantitative Bestimmung in die entgegengesetzte um und hebt damit alles Gemeinschaftliche auf, so kommt man zu der contradictorisch entgegengesetzten Urtheilsform. Demnach sind also das allgemein bejahende und das besonders verneinende, das besonders bejahende und das allgemein verneinende Urtheil in contradictorischem Gegensatze.

Bezeichnet man zur Abkürzung, nach altem Gebrauch, das allgemein bejahende Urtheil durch A, das allgemein verneinende durch E, das besonders bejahende durch J, das besonders verneinende durch O, so giebt das folgende herkömmliche Schema eine bequeme Uebersicht der logischen Verhältnisse der vier einfachsten Urtheilsformen.



§. 48.

Die Entgegensetzung der Urtheilsformen (aber auch diese erst) führt auf verschiedene Arten ihrer Geltung, auf Unterschiede der Modalität.

1) Ein Urtheil heißt problematisch, wenn weder es selbst noch sein contradictorisch entgegengesetztes als unmöglich, d. i. die darin ausgedrückte Verbindung oder Trennung als widersprechend sich nachweisen läßt. Problematische Geltung kommt also nie einem einzelnen Urtheil, sondern stets zugleich seinem Gegentheil zu, beide zugleich sind möglich.

2) Ein Urtheil heißt apodiktisch und besitzt nothwendige Geltung, wenn sein Gegentheil widersprechend, also unmöglich ist.

3) Ein Urtheil heißt assertorisch oder logisch wirklich wenn seine Gültigkeit sich unabhängig von der Gültigkeit oder Ungültigkeit seines Gegentheils erkennen läßt. —

Um problematische und apodiktische Urtheile auszusprechen, muß das logische Verhältniß von Subject und Prädicat bekannt seyn. Für assertorische Urtheile ist dies nicht erfor=

derlich. Durch Induction gewonnene Urtheile (§. 43) sind immer nur assertorisch. Inductorische Allgemeinheit ist daher Allgemeinheit ohne Nothwendigkeit. Streng allgemeine Urtheile dagegen sind zugleich nothwendig, da eine Aufhebung derselben einen Widerspruch mit dem gegebenen Begriffsverhältniß hervorbringen würde.

Die drei Modalitätsunterschiede können bequem durch die Copula ausgedrückt werden, so nämlich, daß „ist" allgemein für assertorische Geltung, „kann" für problematisch bejahende und apodiktisch verneinende, „muß" für problematisch verneinende und apodiktisch bejahende gebraucht wird. Die Uebertragung der Verneinung aus der Copula in das Prädicat, die (nach §. 42) für die assertorische Form gestattet ist, kann daher ohne Verwirrung des Sinnes nicht auch auf problematische und apodiktische Urtheile angewandt werden.

Das problematische Urtheil bezeichnet offenbar nur eine unvollkommene Kenntniß des Verhältnisses des Subjects zum Prädicat, da, wie aus dem folgenden §. noch bestimmter erhellt, von zwei contradictorisch entgegengesetzten Urtheilen stets eins aufgehoben werden muß.

Der Zusammenhang der Modalitätsverschiedenheiten tritt noch klarer durch folgende Ueberlegung hervor. Ein Urtheil ist entweder ungültig oder gültig. Es ist ungültig, wenn es widersprechend, also unmöglich ist. Es ist gültig entweder an sich (assertorisch) oder mit Beziehung auf sein Gegentheil; letzteres wieder entweder durch die gegebene, oder durch die mangelnde Erkenntniß der Unmöglichkeit des Gegentheils.

Kritik der Regeln: ab esse ad posse, ab oportere ad esse valet consequentia.

§. 49.

Auf denselben Verhältnissen der Urtheilsformen beruhen die unmittelbaren Folgerungen (sonst Verstandesschlüsse genannt), worunter alle diejenigen Ableitungen eines Urtheils aus einem andern zu verstehen sind, bei denen die Materie unverändert bleibt. Man folgert

1) (ad contradictoriam proposit.) aus der Gültigkeit eines Urtheils die Ungültigkeit seines contradictorisch entgegengesetzten, und umgekehrt aus der Ungültigkeit des ersteren die Gültigkeit des letzteren; denn im contradictorischen Gegensatz ist durch die Setzung des einen Gliedes das andre aufgehoben und durch die Aufhebung des einen das andre gesetzt.

2) Man folgert (ad contrariam) aus der Gültigkeit eines allgemeinen Urtheils die Ungültigkeit des entgegengesetzten allgemeinen, aber nicht umgekehrt (wenigstens nicht mit Nothwendigkeit) aus der Ungültigkeit des einen die Gültigkeit des andern; denn im conträren Gegensatz ist durch die Setzung des einen Gliedes das andre zwar aufgehoben, nicht aber durch Aufhebung des einen das andre gesetzt, da man aus dem Gegensatze herausgehen kann.

§. 50.

3) Man folgert (ad subalternatam) aus der Gültigkeit eines allgemeinen Urtheils die Gültigkeit des ihm untergeordneten besondern von gleicher Qualität, da dieses mit jenem gesetzt ist; und umgekehrt (ad subalternantem) aus der Ungültigkeit eines besondern Urtheils die des ihm übergeordneten allgemeinen von gleicher Qualität, weil mit jenem auch dieses aufgehoben ist. Dagegen folgt (wenigstens nicht nothwendig) weder aus der Ungültigkeit des allgemeinen die des subalternirten besondern Urtheils, noch aus der Gültigkeit des letzteren die des ersteren, wie sowohl an sich, als vermöge des vorigen §. leicht erhellt.

4) Man folgert (ad subcontrariam) aus der Ungültigkeit eines besondern Urtheils die Gültigkeit des ihm subconträr (d. h. nur scheinbar nach §. 46) entgegengesetzten besondern. Denn durch Aufhebung des ersteren ist das contradictorisch ent-

gegengesetzte allgemeine, folglich auch (nach 3) das diesem untergeordnete Urtheil gesetzt. Aus der Gültigkeit eines besondern Urtheils kann aber weder die Gültigkeit noch Ungültigkeit seines subconträren Gegentheils gefolgert werden.

Zu den unmittelbaren Folgerungen pflegt man sonst noch unter dem Namen ad aequipollentem diejenige zu zählen, welche auf der durch doppelte Verneinung gesetzten Bejahung beruht, hier aber schon in §. 42 ihren Platz gefunden hat.

§ 51.

Mit Berücksichtigung der Modalitäten und mit Beziehung auf den Begriff der Urtheile, als Ausdrücke von Inhaltsverhältnissen, erhält die Lehre von den unmittelbaren Folgerungen, und selbst die von den Gegensätzen der Urtheile, noch einige Modificationen. In dem allgemein bejahenden Urtheil: A ist B, wird die Verknüpfung von A und B bejaht; die Verneinung giebt, nach §. 41 a. E., ein besonders verneinendes Urtheil. Daher entsteht durch die Aufhebung des einen dieser Urtheile nothwendig das andere; denn die Aufhebung des einen ohne Setzung des andern ist unmöglich, widersprechend. Die Aufhebung des streng allgemein verneinenden Urtheils dagegen ist nicht Verneinung der Trennung, sondern der Unvereinbarkeit der Begriffe, also Vereinbarkeit, d. i. Möglichkeit der Vereinigung, und führt also zwar auf ein besonders bejahendes aber nur problematisches Urtheil. Ebenso führt die Aufhebung der Vereinigung im besonders bejahenden Urtheil nicht auf Unvereinbarkeit, sondern nur auf die Möglichkeit derselben, indem mit jener Aufhebung noch nicht die Vereinbarkeit, d. i. die Möglichkeit der Vereinigung geleugnet wird.

§. 52.

Hieraus ergiebt sich nun:

1) Daß, in größter Strenge genommen, dem allgemein verneinenden Urtheil nicht das besonders bejahende überhaupt, sondern nur das problematisch besonders bejahende Urtheil contradictorisch entgegengesetzt ist. Dies beruht darauf, daß das streng (nicht blos inductorisch) allgemein verneinende Urtheil, weil es eine Unmöglichkeit der Vereinigung ausdrückt, nur apodiktisch, nie aber, wie das allgemein bejahende, auch blos assertorisch ausgesprochen werden kann.

2) In der Folgerung ad contradictoriam kann aus der Ungültigkeit eines allgemein verneinenden oder besonders bejahenden Urtheils nur die Möglichkeit des entgegengesetzten abgeleitet werden.

Hieraus scheint 3) zu folgen, daß in der Folgerung ad subcontrariam aus der Ungültigkeit eines besonders bejahenden Urtheils nur die Möglichkeit des entgegengesetzten allgemein verneinenden, folglich auch nur die Möglichkeit des subalternirten besondern abgeleitet werden könne; allein es wird doch das inductorisch allgemein verneinende Urtheil mit Nothwendigkeit gefolgert, und dies ist hinreichend, um die Geltung des subalternirten Urtheils mit Nothwendigkeit zu begründen.

§. 53.

Zu den unmittelbaren Folgerungen gehört im weiteren Sinne auch die Umkehrung der Urtheile. Durch Umkehrung soll nämlich aus einem gegebenen Urtheil ein anderes gebildet werden, in welchem diejenigen Begriffe, die in jenem Subject und Prädicat waren, beziehungsweise die Stellen des Prädicats und Subjects einnehmen, wobei es sich nun fragt, welche Aenderungen der Qualität und Quantität hierdurch nothwendig werden. Diese Aufgabe ist nicht willkürlich, und

nimmt ihren Platz hier nicht zufällig ein, indem zur Vervollständigung der Einsicht in den Zusammenhang zwischen den das Urtheil bildenden Begriffen es nothwendig ist zu untersuchen, in welcher Weise durch eine bejahte oder verneinte Anknüpfung des Prädicats an das Subject, zugleich dieses an jenes geknüpft ist oder nicht (vgl. §. 33).

§. 54.

Um diese Aufgabe zu lösen, muß beachtet werden, daß, mag man nun das Urtheil als Inhalts- oder als Umfangsvergleichung auffassen, das Prädicat des bejahenden Urtheils (mit alleiniger Ausnahme des Falls, wo es ausschließliche Eigenschaft des Subjects ist) immer in einer durch das Subject bedingten Beschränkung seines Inhalts gesetzt wird, in der allein es diesem zukommt; was bereits in §. 37 angedeutet worden ist. Auch im verneinenden Urtheil gilt dasselbe für das besondre synthetische. Man kann diese Beschränkung auch in den sprachlichen Ausdruck aufnehmen, wenn man, nach Ploucquet's Vorschlag, die Urtheilsformeln: Alle A sind einige B; Einige A sind einige B; Einige A sind nicht einige B; annimmt. Genauer aber stellen die Constructionen in §. 44 diese Beschränkung des Prädicats dar.

Sagt man: die Centifolie blüht roth; oder: das regelmäßige Sechseck ist gleichwinklig; so ist weder im ersten Beispiel unter Roth Scharlach oder Purpur, noch im zweiten die Gleichwinkligkeit gemeint, die dem gleichseitigen Dreieck oder dem Quadrat oder dem regelmäßigen Fünfeck u. s. w. zukommt.

§. 55.

Nennen wir nun Umkehrung im engern Sinne conversio) diejenige Vertauschung von Subject und Prädicat, welche mit keiner Qualitätsveränderung verbunden ist, und

zwar **reine** (conv. pura) diejenige, bei der sich auch die Quantität nicht ändert, **veränderte** (conv. per accidens) aber diejenige, bei welcher die Quantitätsbestimmung sich ändert, so erhellt leicht

1) daß sich das allgemein bejahende Urtheil im Allgemeinen nur verändert,

2) aber das allgemein verneinende Urtheil immer rein umkehren läßt. Denn was das erstere betrifft, so wird nur in dem Falle, wo das Prädicat dem Subjecte ausschließlich zukommt, der ganze Umfang des ersteren mit dem ganzen des letzteren zusammenfallen (§. 44 Fig. 2) und daher die Umkehrung wieder ein allgemein bejahendes Urtheil geben, folglich rein seyn. Solche rein umkehrbare allgemein bejahende Urtheile heißen **reciprocable**. Was aber die allgemein verneinenden Urtheile anbelangt, so fallen die Umfänge ihrer Begriffe ganz außer einander (§. 44 Fig. 5), ein Verhältniß, das eben so gegenseitig ist wie dies, daß der Inhalt dieser Begriffe im conträren Gegensatze steht.

Da in den Wissenschaften nur allgemeine Urtheile von bedeutenderem Werthe sind, so ist es nicht unwichtig zu bemerken, wie aus Vorstehendem hervorgeht, daß die Gültigkeit der reinen Umkehrung eines allgemein verneinenden Urtheils sich zwar von selbst versteht, die eines allgemein bejahenden aber stets besonders bewiesen werden muß; daher z. B. die zahlreichen umgekehrten Lehrsätze in der Geometrie.

§. 56.

Untersuchen wir 3) wiefern das besonders bejahende Urtheil umkehrbar ist, so muß das analytische von dem synthetischen unterschieden werden. Jenes giebt umgekehrt ein allgemein bejahendes (§. 44 Fig. 3) und läßt sich also nur verändert umkehren. Dieses führt (vermöge §. 44 Fig. 4) wieder auf ein besonders bejahendes Urtheil und scheint somit rein umkehrbar zu seyn; allein streng genommen verhält es sich

damit wie mit dem scheinbaren conträren Gegensatze zwischen dem besonders bejahenden und dem besonders verneinenden Urtheil, so daß nicht behauptet werden kann, daß bei der Umkehrung die Quantität völlig unverändert bleibe.

Auch 4) für die Umkehrung des besonders verneinenden Urtheils müssen wir das analytische von dem synthetischen unterscheiden. Aus dem ersteren entspringt (vermöge §. 44 Fig. 3) durch Vertauschung von Subject und Prädicat ein allgemein bejahendes Urtheil; aus letzterem ergiebt sich auf diesem Wege ein besonderes bejahendes Urtheil, so daß in beiden Fällen keine Umkehrung im engeren Sinne statt hat.

§. 57.

Die Veränderung der Qualität, welche wir so eben beim besonders verneinenden Urtheil kennen lernten, kann auch auf allgemeine und auf bejahende Urtheile übertragen werden, wenn man ihren Begriff dahin modificirt und erweitert, daß man in den verneinenden Urtheilen (wie es nach §. 42. erlaubt ist) die Verneinung aus der Stelle der Copula zum Prädicat zieht und dieses also in sein Gegentheil verwandelt, das bejahende Urtheil aber zuvor durch doppelte Verneinung auf verneinende Form bringt. Die auf die so umgewandelten Urtheile angewandte Umkehrung heißt in Beziehung auf die ursprünglich gegebenen Urtheile **Contraposition** (conversio per contrapositionem) und ist nach denselben Unterscheidungskennzeichen wie die Umkehrung entweder **reine** oder **veränderte**.

§. 58.

Hiernach verwandelt sich 1) das allgemein bejahende Urtheil: Alle A sind B; in die verneinende Form: Alle A sind nicht Non-B, oder: Kein A ist Non-B; woraus durch Umkehrung (§. 55, 2): Kein Non-B ist A; oder: Alle Non-B

sind Non-A; das allgemein bejahende Urtheil läßt sich also rein contraponiren.

2) Aus dem allgemein verneinenden Urtheil: Alle A sind nicht B; wird: Alle A sind Non-B; was umgekehrt (§. 55, 1) übergeht in: Einige Non-B sind A; das allgemein verneinende Urtheil läßt sich also nur verändert contraponiren.

3) Das besonders bejahende Urtheil: Einige A sind B; verwandelt sich in: Einige A sind nicht Non-B; das (§. 56, 4) weder rein noch verändert umkehrbar ist; daher sich also auch das besonders bejahende Urtheil weder rein noch verändert contraponiren läßt.

4) Das besonders verneinende Urtheil: Einige A sind nicht B; ist so viel als: Einige A sind Non-B; woraus (§. 56, 3) durch Umkehrung: Einige Non-B sind A; was jedoch, aus den im §. 56 angeführten Gründen, nicht für vollkommen reine Contraposition gelten kann.

Herbart (Lehrb. z. Einleit. S. 78. 3. Ausg.) verweist die Contraposition in die Lehre von den Schlüssen. Es kommt hierbei darauf an, ob man, mit ihm, Non-A für etwas, was nicht A ist, oder, wie hier geschehen, für das, was nicht A (das reine Gegentheil von A) erklärt. Die Contraposition ist übrigens weit weniger wichtig als die eigentliche Umkehrung, die zur vollständigen Kenntniß der gegenseitigen Abhängigkeit des Subjects und Prädicats von einander wesentlich gehört.

§. 59.

Die Lehre von der Umkehrung ergänzt das, was schon in §. 34. über die relative Setzung von Subject und Prädicat gesagt worden ist. Sie zeigt nämlich, in wie weit mit der Anknüpfung des Prädicats an das Subject auch das Subject an das Prädicat geknüpft ist. Zugleich bestätigt sie hierdurch, daß das Subject im Urtheil nicht absolut gesetzt und die Bevorzugung desselben als des Vorausgesetzten nur

scheinbar ist, indem es keineswegs dem Prädicat zum festen Anknüpfungspunct dient, sondern nur zufällig diese Stellung einnimmt, die, mit den Modificationen, welche die Umkehrung angiebt, auch das Prädicat einnehmen kann. Es entsteht aber hiermit auch die Frage: in welcher Urtheilsform die absolute Setzung von A, oder, was dasselbe, daß A sey, ausgedrückt werden könne. Wollte man zu diesem Ende den Satz: A ist; A ist seyend; aufstellen und damit A zum Subject machen, so würde dies so viel bedeuten als: wenn A ist, so ist A; offenbar eine leere Tautologie. Macht man aber A zum Prädicat eines Urtheils, so wird seine Setzung jedesmal von der des zugehörigen Subjects abhängig gemacht und also offenbar nicht schlechthin ausgesagt, daß A sey. Diese Schwierigkeit wird aber beseitigt, wenn man A zwar in die Prädicatsstelle setzt, die Subjectsstelle aber leer läßt, zugleich jedoch die Form eines Urtheils festhält. Dies geschieht, wenn man zum Stellvertreter des Subjects jenen höchsten und leersten Begriff macht, der (§. 15. Anmerk.) alle übrigen Begriffe als Factor begleitet, und den hier die Sprache nicht durch Etwas, sondern durch Es bezeichnet. Auf diese Weise entsteht als Ausdruck der absoluten Setzung von A die Urtheilsform: Es ist A. Sätze dieser Form können, da sie voraussetzungslose Thatsachen ausdrücken, Existenzialsätze heißen.

In der Auslegung dieser Sätze treffen wir mit Herbart zusammen, der (Lehrb. z. Einleit. S. 83. 3. Ausg.) zuerst auf diesen Sinn derselben aufmerksam gemacht hat, ihn aber anders zu begründen sucht. H. geht nämlich von der Bemerkung aus, daß das Prädicat immer in einer durch das Subject bedingten Beschränkung gesetzt werde (§. 54.). Diese Beschränkung vermindere sich so, wie sich der Inhalt des Subjects vermindert, und der Prädicatsbegriff erhalte eine völlig unbeschränkte freie Stellung, wenn das Subject gänzlich verschwinde und nur noch seine leere Stelle übrig bleibe. Allein diese Inhaltsbeschränkung scheint uns von der

bedingten Setzung des Prädicats verschieden. Diese letztere hört allerdings erst auf, wenn die Subjectsstelle leer geworden ist, jene Beschränkung aber schon weit früher: dann nämlich, wenn das Urtheil ein identisches geworden ist, so daß dieses und das Einzelurtheil die Endpuncte der Reihe andeuten, innerhalb deren Beschränkung des Prädicats statt findet. Gehe ich von dem Urtheil: Guttenberg ist ein Deutscher; zu: die Mainzer sind Deutsche; die Hessen sind Deutsche; die Deutschen sind Deutsche; über, so hat nun ein für allemal die Beschränkung des Prädicats ihr Ende erreicht. Geht man zu einem noch höheren Begriffe z. B. dem der Europäer über, so beschränkt sich natürlich das Prädicat nicht wieder von Neuem, aber es kann sich auch nicht mehr erweitern. Vielmehr fängt nun die Beschränkung des Subjects an: denn das Urtheil wird nun ein besondres: Ein Theil Europäer sind Deutsche. — In der schematischen Construction wird im Einzelurtheil der Kreis des Subjectsbegriffs sich auf einen Punct reduciren, im identischen oder reciprocablen Urtheil den des Prädicats decken, im Existenzialsatz unendlich werden und in sofern für die Darstellung verschwinden. — Existenzialsätze sind übrigens keineswegs immer Urtheile mit verschwindendem, sondern oft auch mit entstehendem Subject (z. B. es raucht, es spukt; wenn man die Ursachen gewisser Erscheinungen noch nicht kennt); daher man sie wohl am passendsten und allgemeinsten als Urtheile mit fehlendem Subject bezeichnet.

§. 60.

Diese absolute Setzung eines Begriffs, welche durch die leergelassene Subjectsstelle ausgedrückt wird, läßt sich auch auf Urtheile übertragen. Ist nämlich A ein zusammengesetzter Begriff, so kann er durch ein Urtheil der Form: C ist D; ersetzt werden. Denn jeder zusammengesetzte Begriff ist eine Verknüpfung seiner Merkmale, und zwar zunächst zweier, seines Gattungsbegriffs und seines Artunterschiedes (§. 17). Durch diese Substitution wird nun aus dem Satz: es ist A; dieser: es ist: C ist D, es gilt: C ist D; oder noch kürzer: es ist C,D; was also von der Form: C ist D; unterschieden

werden muß. Sie ist als der eigentliche Ausdruck der Assertion (§. 48) zu betrachten. — Enthielte A widersprechende Merkmale C und D, so könnte dies zwar zunächst nur auf die verneinende Assertion: es ist nicht C, D, führen. Es kann hieraus aber auch rückwärts die absolute Verneinung: es giebt kein A; abgeleitet werden, in der nur die widersprechende Beschaffenheit von A ausgedrückt ist. Dieselbe Formel kann jedoch auch blos inductorische Allgemeinheit haben und aussagen, daß A (bis jetzt) nicht gegeben sey.

Das Urtheil: es giebt keine Gespenster, hat z. B. strenge Allgemeinheit, weil der Begriff eines Gespenstes ungereimt ist; dagegen das: es giebt keine geschwänzten Menschen (wie Herodot meinte), nur inductorische Allgemeinheit hat.

Drittes Kapitel.

Zusammengesetzte Urtheilsformen.

§. 61.

Kommen zusammengesetzte Begriffe in einfachen Urtheilen vor, und man substituirt, wie im vorigen §., statt ihrer die Urtheile, welche die in ihnen enthaltene Verknüpfung von Merkmalen darstellen, so bekommt man Urtheile, die aus zwei einfachen Urtheilen zusammengesetzt sind und am bequemsten in der unverkürzten hypothetischen Form ausgedrückt werden. Sey das gegebene Urtheil: M ist P; enthalte M die Verknüpfung von A und B; P die von C und D, so daß für M das Urtheil: A ist B; und für P das Urtheil: C ist D; gesetzt werden kann, so entsteht die zusammengesetzte Form:

Wenn A, B ist, so ist C, D.

Urtheile dieser Art sollen **hypothetische im engeren Sinne** oder **zusammengesetzte** hypothetische Urtheile heißen. Das den Vordersatz bildende einfache Urtheil pflegt das **Antecedens** (die Hypothesis, Voraussetzung), das zweite das **Consequens** (die Thesis, Behauptung) genannt zu werden.

Das Urtheil: dem Rechteck kommt Gleichheit der Diagonalen zu; hat zwei zusammengesetzte Begriffe, deren Verknüpfung von Merkmalen durch die Urtheile: das Viereck ist rechtwinklig; und: die Diagonalen sind gleich; dargestellt wird. Daher der hypothetische Ausdruck: wenn das Viereck rechtwinklig ist, so sind die Diagonalen gleich. — Nach dieser Ansicht findet im hypothetischen Urtheil das Verhältniß des Subjects zum Prädicat so gut statt, wie im kategorischen. Wenn aber von den Logikern als das eigenthümliche Verhältniß desselben das des Grundes zur Folge angegeben zu werden pflegt, so ist zu bemerken, daß dies aus bloßen formalen Beziehungen wenigstens nicht vollständig begriffen werden kann (was davon der Logik angehört, fällt in die Syllogistik). Sodann dient dieses Verhältniß nicht einmal zum charakteristischen Merkmal des hypothetischen Urtheils: denn vom Subject des kategorischen Urtheils läßt sich allerdings auch sagen, daß es zu seinem Prädicat im Verhältniß des Grundes zur Folge steht. In dem Urtheile: alle Blumen sind Pflanzen; ist die Blume eben so gut Erkenntnißgrund der Pflanzen, wie in dem hypothetischen Urtheil: wenn das Barometer steigt, so wird besseres Wetter; der Vordersatz Grund des Nachsatzes ist. Vergl. Herbart's Lehrb. zur Einleit. S. 79. 3te Ausg.

§ 62.

Da nach dieser Darstellung des Ursprungs der hypothetischen Urtheile im engeren Sinne diese nur eine erweiterte Form der kategorischen sind, die allgemein bejahenden kategorischen aber eine Verknüpfung von Merkmalen zu einem Begriffe aussagen können, so ist leicht einzusehen, daß wenn dieser Begriff mit einem andern zu einem Urtheil verbunden

ist, hypothetische Urtheile von noch zusammengesetzteren Formen entstehen können. Seyen z. B., in den Zeichen des vorigen §., M und P Gattungsbegriff und Artunterschied eines Begriffs Q; von diesem aber gelte das Urtheil Q ist R; R aber enthalte die Merkmale E und F, so daß das Urtheil: E ist F; gilt, so entstehen successiv folgende Urtheile:

Q ist R;

Wenn M, P ist, so ist E, F;

Angenommen daß, wenn A, B, so C, D ist; so ist E, F.

Sey ferner das Urtheil: E ist F; verwandelt in: Wenn G, H, so ist J, K; so entstehen noch folgende Formen:

Wenn M, P, so ist, wenn G, H, auch J, K;

Angenommen, daß, wenn A, B, so C, D ist, — so ist, wenn G, H, auch J, K, u. s. w. u. s. w.

Das Beispiel zum vorigen §. läßt sich hier, wie folgt, fortführen: Angenommen, daß, wenn eine ebene Figur von vier Geraden begrenzt wird, diese einander unter rechten Winkeln treffen, so sind die Diagonalen dieser Figur gleich. — Wenn ein Viereck rechtwinklig ist, so sind, wenn man die gegenüberliegenden Scheitel desselben durch Gerade verbindet, diese gleich. — Angenommen, daß, wenn eine ebene Figur von vier Geraden begrenzt wird, diese einander unter rechten Winkeln treffen, so sind, wenn man die gegenüberliegenden Scheitel durch Gerade verbindet, diese gleich.

§. 63.

Verschwinden in dem zusammengesetzten hypothetischen Urtheil: wenn A, B ist, so ist C, D; die Subjecte A und C der beiden kategorischen Urtheile, aus denen es besteht, so daß diese (nach §. 59) in die Existenzialsätze: es ist B; es ist D; übergehen, so entstehen hypothetische Urtheile der Form:

Wenn B ist, so ist D.

In ihnen knüpft sich also nicht ein einfacher oder zusammengesetzter Begriff an den andern, sondern die Setzung des

einen an die Setzung des andern. Auch diese Art von Urtheilsformen bildet demnach keine abgesonderte den kategorischen Urtheilen coordinirte Classe, sondern ist nur als ein besonderer Fall der zusammengesetzten hypothetischen zu betrachten. Daß B sey, ist auch in dieser Form noch nicht ausgedrückt, wie das vorgesetzte Wenn verräth. Soll dies jedoch ausgesagt werden, so ist diese Partikel mit Da zu vertauschen, und es entsteht die Formel:

Da B ist, so ist D.

Genau genommen liegt hierin ein hypothetischer Schluß versteckt, vgl. §. 89.

Das Urtheil: Wenn es einen Gott giebt, so giebt es auch eine Vergeltung; bedeutet nicht, daß mit der Idee Gottes der Gedanke der Vergeltung verknüpft sey, sondern daß die Existenz Gottes die einer Vergeltung bedinge.

Die aufgeführten hypothetischen Formen lassen sich also sämmtlich auf die früheren einfachen zurückführen. Daß sie öfter bequemere sprachliche Ausdrücke geben, als wenn man sie vereinfacht oder gar auf kategorische Form zu bringen sucht, liegt in dem schon §. 11 Anm. erwähnten Umstande, daß die Sprache bei Weitem nicht für alle Begriffszusammensetzungen einzelne Worte hat und daher genöthigt ist, dieselben durch Satzformen zu bezeichnen.

§. 64.

Es könnte nach der im §. 61 angegebenen Entstehungsweise des zusammengesetzten hypothetischen Urtheils scheinen, als müßten die beiden kategorischen Sätze, aus denen es besteht, immer bejahend seyn. Allein da, nach §. 42, in bejahender Form auch verneint werden kann, so sieht man leicht, daß in einem hypothetischen Urtheil auch Vorder- und Nachsatz, beide oder einer von beiden verneinend seyn können. Werde nämlich in der allgemeinen Form in §. 61 B als ein Non-E und D als ein Non-F aufgefaßt, so ergiebt sich die Form:

Wenn A, Non-E ist, so ist C, Non-F.

d. i. Wenn A nicht E, so ist (auch) C nicht F.

Trifft diese Umwandlung nur den einen Satz, so entstehen Urtheilsformen, wie:

Wenn (auch) A nicht E ist, so ist (doch) C, D;

Wenn (auch) A, B ist, so ist (doch) C nicht D.

Beispiele: Wenn Ceres kein Planet ist, so ist Encke's Gestirn auch kein Komet. — Wenn auch gerade nicht krumm ist, so sind doch viele Curven rectificabel. — Wenn gleich die Sonne auf- und untergeht, so ruht die Erde doch nicht.

§. 65.

Es kann aber auch überhaupt das zusammengesetzte hypothetische Urtheil vermöge seiner Entstehungsweise alle qualitativen und quantitativen Unterschiede annehmen, deren das einfache Urtheil fähig ist, und es kommt blos darauf an, sie in den hypothetischen Formen wieder zu erkennen. Hieraus folgt von selbst, daß diese eben so in Verhältnissen der Subalternation und der Gegensätze stehen, daher verschiedene Modalitäten annehmen können, endlich daß die Lehren von den unmittelbaren Folgerungen und Umkehrungen unverändert von ihnen gelten. Endlich sind sie auch hinsichtlich ihres Stoffes bald analytisch, bald synthetisch.

Die Verneinung drückt sich im zusammengesetzten hypothetischen Urtheil am entschiedensten durch die Form: Daraus, daß — —, folgt nicht, daß u. s. w.; aus, z. B. Daraus, daß Goldmachen unmöglich ist, folgt nicht, daß es auch Diamantenmachen ist. Gilt der Vordersatz assertorisch, so wird dies durch Obgleich bezeichnet, z. B. Obgleich Tugend Anspruch auf Glück giebt, so bedarf sie doch keines Lohnes. Auch die disparate Beschaffenheit von Antecedens und Consequenz kann hierdurch angezeigt werden, z. B. Wenn ein großer Mann stirbt, so verfinstert sich deshalb nicht die Sonne; womit die Zusammenhangslosigkeit beider Ereignisse ausgedrückt werden soll. Ob Vordersatz und Nachsatz beja-

hend oder verneinend sind, bleibt hierbei völlig gleichgültig; wenn es jedoch der Nachsatz ist, so kann man das Urtheil ebensowohl als ein verneinendes denn als ein durch Bejahung verneinendes betrachten, z. B. wenn Nützlichkeit nur relativen Werth hat, so ist nützlich seyn kein großes Lob. — —

Die Quantitätsunterschiede können durch die Worte „immer, häufig, zuweilen, in vielen Fällen, pflegt" u. s. w. kenntlich gemacht werden.

§. 66.

Die zusammengesetzten hypothetischen Urtheile entstanden durch Zergliederung oder wenigstens Bestimmung des Inhalts der in einem Urtheil enthaltenen Begriffe mittels neuer Urtheile. Man kann aber auch in einem einfachen Urtheil, sofern dies (nach § 39) zugleich der Ausdruck eines Umfangsverhältnisses ist, für Subject oder Prädicat oder beide ihren Umfang oder einen Theil desselben setzen. Die hieraus entstehenden Urtheile können sowohl bejahend als verneinend seyn. Man kann sie im erstern Falle (nach Lambert) copulativ, im andern remotiv nennen. Mit Beziehung auf §. 43 könnten sie auch gemeinschaftlich inductive heißen. Offenbar lassen sich auch die Quantitätsunterschiede auf sie übertragen. Ohne Berücksichtigung der letztern entstehen folgende 6 Formen

1) A und B und C sind N (bejahend);
2) Weder A noch B noch C sind N (verneinend);
3) M ist D und E und F (bejahend);
4) M ist weder D noch E noch F (verneinend);
5) A und B und C sind D und E und F (bejahend);
6) { Weder A noch B noch C sind D und E und F
oder:
A und B und C sind weder D noch E noch F } (vernein.);

Da hier die Begriffe A, B, C; ebenso D, E, F in dem Umfange höherer Begriffe liegen, also disjunct sind, so können Nr. 3, 5, und 6 Befremden erregen, indem demselben Subject entgegengesetzte Prädicate beigelegt zu werden scheinen.

Ein Widerspruch wird dies jedoch nur dann seyn, wenn das Subject eine strenge Einheit darstellt; ist es dagegen eine Summe von Vielen, so können seinen Theilen ohne Widerspruch entgegengesetzte Prädicate beigelegt werden (vergl. §. 28). Wenn daher Herbart (Einleit. S. 81) die obige Form 3 ablehnt, so scheint doch die Zulässigkeit derselben unter der bemerkten Einschränkung aus S. 57. derselben Schrift zu erhellen; Urtheile wie: die französische Cocarde ist roth, blau und weiß; sind gewiß nicht widersprechend.

§. 67.

Aeußerlich mit 3, und 4, des vorigen §'s einerlei, den logischen Verhältnissen nach aber wesentlich unterschieden sind die von Fries so benannten conjunctiven Urtheile. In ihnen wird anstatt des Inhalts des Prädicats der Complex seiner Merkmale gesetzt. Die copulative Form zeigt also dann keine Reihe disjuncter sondern disparater Begriffe an. — In beiden Formen kann überdies diese Reihe vollständig oder unvollständig seyn. Ist sie vollständig, so muß sich das Urtheil rein umkehren lassen, reciprocabel seyn (§. 55).

§. 68.

Ist in den Formeln 3, und 1, des §. 66 M ein solches Subject, das unter mehreren disjuncten Bestimmungen nur Eine verträgt, und D, E, F und A, B, C sind vollständige Reihen disjuncter Begriffe, so entstehen folgende zwei Gruppen hypothetischer Urtheile mit inductiven Vordersätzen:

1) Wenn M weder E noch F ist, so ist M, D.
Wenn M weder D noch F ist, so ist M, E.
Wenn M weder D noch E ist, so ist M, F.

2) Wenn weder B noch C, N ist, so ist A, N.
Wenn weder A noch C, N ist, so ist B, N.
Wenn weder A noch B, N ist, so ist C, N.

Durch Einschiebung der Wörter: **entweder — oder** kann man diese Urtheile in folgende abgekürzte Formen zusammenziehen, in denen sie den Namen der **disjunctiven** Urtheile führen:

1) M ist entweder D oder E oder F;

2) A oder B oder C ist N.

Durch Anwendung von §. 59 auf die erstere dieser Formen ergiebt sich die folgende dritte:

3) Es ist entweder D oder E oder F;

die also unter den disjunctiven ebenso wenig eine eigenthümliche Classe bildet, wie die in §. 63 unter den hypothetischen.

Es erhellt hieraus, daß wir die gewöhnliche Eintheilung der disjunctiven Urtheile in rein disjunctive (unter 3), kategorisch disjunctive (wie unter 1, und 2) und hypothetisch disjunctive (von der Form: „Wenn A, B ist, so ist M entweder C oder D) für eine ganz leere und unwesentliche Unterscheidung halten. Die Zusammensetzungen hypothetischer inductiver und disjunctiver Formen können übrigens ins Unbegrenzte getrieben werden, wie schon aus folgendem Beispiel klar ist: Angenommen, daß wenn A, B, so M entweder C oder D ist, so ist, wenn N, E und F, entweder G oder H oder J, P. — Die Zerlegbarkeit der disjunctiven Urtheile in die hypothetischen unter 1, und 2, bemerkte schon **Lambert** (Organon Bd. I. §. 133).

Noch ist zu bemerken, daß die disjunctiven Formen 1, und 2 sich hinsichtlich ihrer Umkehrbarkeit unterscheiden. Die erstere enthält die drei besonders bejahenden Urtheile: In gewissen Fällen ist M, D; in andern M, E; in noch andern M, F. Jedes dieser drei Urtheile giebt umgekehrt wieder ein besonders bejahendes, die sich in das copulative Urtheil: Sowohl einige D als einige E, als einige F sind M; zusammenziehen lassen. Also giebt ein disjunctives Urtheil der ersten Form umgekehrt ein **besondres copulatives**. Z. B.: Alle Rosen sind entweder roth oder weiß oder gelb, giebt umgekehrt: Sowohl einiges Rothe als einiges Weiße als einiges Gelbe sind Rosen. — Die zweite disjunctive Form dagegen enthält die drei besonders bejahenden Urtheile.

In gewissen Fällen ist A, N; in andern B, N; in noch andern C, N; woraus durch Umkehrung: ebenfalls drei besonders bejahende Urtheile entstehen, die also alle das gleiche Subject: Einige N; haben. Da nun A, B, C disjuncte Begriffe sind, so kann immer nur einer auf einmal jenen einigen N als Prädicat zukommen. Daher entsteht als Umkehrung von 2, das ebenfals disjunctive, aber besondre Urtheil: Einige N sind entweder A oder B oder C. Z. B. A oder B ist ein Lügner; ein Lügner ist entweder A oder B.

Dritter Abschnitt.

Von den Schlüssen.

Erstes Kapitel.

Entwickelung der Schlußformen aus einfachen Urtheilen.

§. 69.

Die unmittelbaren Folgerungen (§. 49 ff.) führen zu Urtheilen, die nur der Form nach neu sind, aber dieselbe Materie haben wie die Urtheile, aus denen sie gefolgert wurden. Durch die eigentlichen oder mittelbaren Schlüsse (syllogismi, sonst Vernunftschlüsse) aber sollen Urtheile entstehen, deren Elemente zwar ebenfalls in denjenigen Urtheilen gegeben sind, aus denen sie hervorgehen, aber eine neue Verbindung derselben darstellen. Die Möglichkeit hiervon erhellt am einfachsten aus der Folgerung ad subalternatam. Wird hier nämlich aus dem allgemeinen Urtheil: Alle A sind B; das subalternirte: Einige A sind B; gefolgert; so läßt sich häufig der durch „Einige A" bezeichnete Theil des Umfangs von A als der ganze Umfang eines A untergeordneten Begriffs C auffassen, so daß hierdurch das neue Urtheil: Einige A sind alle C; oder umgekehrt: Alle C sind einige A, entsteht. Durch Einführung dieses C erhält der gefolgerte Satz die Form: Alle C sind B, und erscheint nun als abgeleitet aus zwei

vorangeschickten Urtheilen, so daß die ganze Zusammenstellung diese ist:

Alle A sind B
Alle C sind A
―――――――――
Alle C sind B.

§. 70.

Das Wesen des mittelbaren Schlusses besteht hiernach darin, daß der Ausdruck der Verknüpfungsfähigkeit eines ersten Begriffs (B) mit einem zweiten (C) durch einen dritten (A) in sofern vermittelt wird, als das Verhältniß des letzteren gegen die beiden andern durch zwei Urtheile gegeben ist. Daher heißt dieser dritte Begriff der Mittelbegriff (terminus medius). Von den beiden andern heißt der, welcher das Prädicat des neuen Urtheils bildet, der Oberbegriff (terminus major); der aber, welcher das Subject dieses Urtheils darstellt, der Unterbegriff (terminus minor). Eben so heißt das Urtheil, welches das Verhältniß des Oberbegriffs zum Mittelbegriff ausdrückt, der Obersatz (propositio major), und das, welches das Verhältniß des Unterbegriffs zum Mittelbegriff darstellt, der Untersatz (propositio minor); beide zusammen heißen die Vordersätze (praemissae). Endlich das neue Urtheil selbst, welches die Verknüpfungsfähigkeit des Oberbegriffs mit dem Unterbegriff ausdrückt, heißt der Schlußsatz (conclusio).

Die Prämissen zusammen verhalten sich zur Conclusion wie der Grund zur Folge: denn letztere liegt, der Materie nach, in ersteren, liegt aber auch zugleich nicht in ihnen nämlich der Form nach, und geht daher als ein neues Urtheil aus ihnen hervor. Daher kann man mit Recht von einer Schlußfolge sprechen und folgern im weiteren Sinne mit schließen für gleichbedeutend nehmen. Auch bei den unmittelbaren Folgerungen findet dasselbe Verhältniß statt. Keineswegs ist aber durch das Verhältniß der Prä-

missen zur Conclusion das des Grundes zur Folge erschöpfend dargestellt, vielmehr bezeichnet es nur die einfachste Art desselben. Nicht überall wird durch die Distinction von Materie und Form der Widerspruch beseitigt: daß die Folge in dem Grunde liegen und doch etwas Neues zu ihm hinzubringen soll. Die allgemeine Entwickelung dieses Begriffsverhältnisses fällt der Metaphysik zu. Vergl. Herbart's allgemeine Metaphysik II. S. 26. und Hauptpuncte d. Metaph. S. 14.

§. 71.

Setzen wir zunächst nur einfache Urtheile als Prämissen voraus und bezeichnen, wie in §. 47, die vier Hauptarten derselben durch a, e, i, o, so läßt sich fragen, ob jede der 16 möglichen Verbindungen

aa	ae	ai	ao
ea	ee	ei	eo
ia	ie	ii	io
oa	oe	oi	oo,

in denen je der erste Buchstabe die Qualität und Quantität des Obersatzes, der zweite die des Untersatzes bezeichnet, einen Schluß giebt. Hierbei muß zugleich auf die Stellung der drei in den Vordersätzen gegebenen Begriffe Rücksicht genommen werden. Bezeichnen wir nämlich den Oberbegriff, als Prädicat des Schlußsatzes, mit P, den Unterbegriff als Subject des Schlußsatzes mit S, den Mittelbegriff durch M, so sind nur folgende vier Stellungen der Begriffe möglich:

I)	II)	III)	IV)
MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS,

in denen je der erste Buchstabe die Stelle des Subjects, der zweite die des Prädicats einnimmt, und je die erste Verbindung den Obersatz, die zweite den Untersatz bezeichnet. Beide Voraussetzungen können wir bequem vereinigt darstellen, wenn wir zwischen die großen Buchstaben denjenigen kleinen setzen,

der die Qualität und Quantität des Urtheils anzeigt. Dies giebt uns folgende combinatorisch vollständige Uebersicht aller möglicher Prämissen:

I)	1) MaP SaM	2) MaP SeM	3) MaP SiM	4) MaP SoM
	5) MeP SaM	6) MeP SeM	7) MeP SiM	8) MeP SoM
	9) MiP SaM	10) MiP SeM	11) MiP SiM	12) MiP SoM
	13) MoP SaM	14) MoP SeM	15) MoP SiM	16) MoP SoM
II)	17) PaM SaM	18) PaM SeM	19) PaM SiM	20) PaM SoM
	21) PeM SaM	22) PeM SeM	23) PeM SiM	24) PeM SoM
	25) PiM SaM	26) PiM SeM	27) PiM SiM	28) PiM SoM
	29) PoM SaM	30) PoM SeM	31) PoM SiM	32) PoM SoM
III)	33) MaP MaS	34) MaP MeS	35) MaP MiS	36) MaP MoS
	37) MeP MaS	38) MeP MeS	39) MeP MiS	40) MeP MoS
	41) MiP MaS	42) MiP MeS	43) MiP MiS	44) MiP MoS
	45) MoP MaS	46) MoP MeS	47) MoP MiS	48) MoP MoS
IV)	49) PaM MaS	50) PaM MeS	51) PaM MiS	52) PaM MoS
	53) PeM MaS	54) PeM MeS	55) PeM MiS	56) PeM MoS
	57) PiM MaS	58) PiM MeS	59) PiM MiS	60) PiM MoS

61) P o M
M a S

62) P o M
M e S

63) P o M
M i S

64) P o M
M o S.

Die Frage ist nun: ob alle diese Prämissen, oder welche unter ihnen, einen Schluß geben, und von welchen der vier möglichen Formen:

S a P, S e P, S i P, S o P,

er ist.

§. 72.

Bei Beantwortung dieser Frage fassen wir, wie im zweiten Abschnitte, die Urtheile zunächst als Ausdrücke der Inhaltsverhältnisse der Begriffe auf, nehmen aber weder auf den Unterschied ihres analytischen oder synthetischen Ursprungs, noch auf den des kategorischen oder hypothetischen Ausdrucks (welcher letztere bei den Schlüssen aus zusammengesetzten Urtheilen besonders erwogen werden soll) Rücksicht. Wir erinnern, daß, nach §. 38 und 41, in dem angegebenen Sinne, die Bedeutung der vier Haupturtheilsformen folgende ist:

M a P: M ist eine Art von P;
M e P: M ist keine Art von P;
M i P: Eine Art von M ist eine Art von P;
M o P: Eine Art von M ist keine Art von P.

Mit Beziehung auf diese Bedeutung der Urtheile stellen wir nun folgende aus den allgemeinen Begriffsverhältnissen unmittelbar klare Grundsätze auf:

1) Was von der Art eines Begriffs eine Art ist, ist auch vom Begriffe selbst eine Art.

2) Wovon ein Begriff keine Art ist, davon ist auch keine Art dieses Begriffs eine Art.

3) Was eine Art eines Begriffes ist, ist keine Art von seinem Gegentheil und dessen Arten.

4) Ein Begriff, von dem ein andrer Begriff eine Art ist, läßt sich in dieser Artbestimmung für jenen setzen.

Die beiden ersten dieser Grundsätze wurden von den älteren Logikern durch folgende Formeln, die den Namen des dictum de omni et nullo führten, ausgedrückt: in Beziehung auf den Inhalt der Begriffe: nota notae est etiam nota rei, repugnans notae repugnat etiam rei; in Beziehung auf den Umfang der Begriffe: quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et singulis; quidquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet.

§. 73.

Durch unmittelbare und ausschließliche Anwendung dieser Grundsätze erhalten wir nun aus folgenden Nummern der Tabelle des §. 71 die beifolgenden von den Vordersätzen durch einen Strich getrennten Schlußsätze:

In I aus Grundsatz 1: 1) M a P / S a M / —— / S a P 3) M a P / S i M / —— / S i P

aus Grundsatz 2: 5) M e P / S a M / —— / S e P 7) M e P / S i M / —— / S o P

In II aus Grundsatz 3: 18) P a M / S e M / —— / S e P 20) P a M / S o M / —— / S o P

21) P e M / S a M / —— / S e P 23) P e M / S i M / —— / S o P

Hier muß nämlich in 18, und 20, nach §. 42, der verneinende Untersatz in bejahender Form, also S e M in der Form S a Non-M, S o M in der Form S i Non-M gedacht, und überlegt werden, daß M das Gegentheil von Non-M ist.

In III aus Grundsatz 4: 33) M a P / M a S / —— / S i P 37) M e P / M a S / —— / S o P

aus Grund- satz 1 u. 4:	41) M i P M a S S i P		aus Grund- satz 2 u. 4:	45) M o P M a S S o P

§. 74.

Nehmen wir außer den aufgestellten Grundsätzen noch die Umkehrung zu Hülfe, so erhalten wir ferner die folgenden Ergebnisse.

Durch Umkehrung des Obersatzes.

In IV aus Grund- satz 4:	53) P e M M a S S o P	aus Grund- satz 2 u. 4:	55) P e M M i S S o P

Durch Umkehrung des Untersatzes.

In III aus Grund- satz 1:	35) M a P M i S S i P	aus Grund- satz 2:	39) M e P M i S S o P

Durch Umkehrung des Schlußsatzes.

In IV aus Grund- satz 1:	49) P a M M a S S i P		57) P i M M a S S i P
aus Grund- satz 2:	50) P a M M e S S e P		

Herbart hat schon bemerkt, daß die Schlüsse in 35, und 39, auf die hier angegebene Art abgeleitet werden müssen, und der Grundsatz 4 dazu nicht hinreicht. Man würde nämlich bei Anwendung desselben nicht vom Obersatz durch den Untersatz zum Schlußsatz fortgehen können, sondern vom Untersatz zum Obersatz zurückkehren müssen, und den Schlußsatz wie in 41, und 45, erhalten. Es fände also eine versteckte Vertauschung der Prämissen statt, wodurch 35, auf 41, und 39, auf 45, zurückgeführt würde. Von solcher Reduction soll aber dort nicht die Rede seyn, sondern nur von Herleitung auf kürzestem Wege; vgl. den folgenden §. Anmerk.

§. 75.

Wir behalten uns für §. 79 vor zu zeigen, daß außer den in den beiden vorstehenden §§. enthaltenen Schlüssen weiter keine sich aus den 64 Prämissenverbindungen des §. 71 ableiten lassen. Ordnen wir sie nach den obigen vier Begriffsstellungen, welche nun die vier *syllogistischen Figuren*, und deren Schlußarten ihre *Modi* genannt werden, und bezeichnen sie, in der hergebrachten Ordnung, mit ihren scholastischen Namen, in denen die Vocale die Qualität und Quantität von Prämissen und Conclusion anzuzeigen, die Consonanten aber sich auf die Ableitungsart nach der älteren Theorie beziehen, so erhalten wir folgende Uebersicht, in der die beigesetzten Zahlen die der Tafel in §. 71 sind.

Erste Figur:

M P
S M
———
S P

Modi: Barbara (1); Celarent (5); Darii (3); Ferio (7).

Zweite Figur:

P M
S M
———
S P

Modi: Camestres (18); Baroco (20); Cesare (21); Festino (23).

Dritte Figur:

M P
M S
———
S P

Modi: Darapti (33); Felapton (37); Disamis (41); Bocardo (45); Datisi (35); Ferison (39).

Vierte Figur:

P M
M S
———
S P

Modi: Bamalip (49); Calemes (50); Dimatis (57); Fesapo (53); Fresison (55).

Durch Subalternation unter die allgemeinen Schlußsätze ergeben sich noch fünf Modi in der ersten, zweiten und vierten Figur, die durch die Namen Barbari, Celaront, Camestros, Cesaro, Calemos bezeichnet werden können. Durch Hinzufügung derselben erhält nun jede Figur sechs Modi.

Die Bedeutung der Consonanten s, m, p, c in den scholastischen Namen der Modi in den 3 letzten Figuren ist enthalten in der alten Regel:

s vult simpliciter verti, p verti per accid(ens).
m vult transponi, c per impossibile duci.

Die älteren Logiker suchten nämlich die Schlüsse der 3 letzten Figuren dadurch zu rechtfertigen, daß sie dieselben auf die erste reducirten, die sie für die einzig normale hielten. Auf welchen Modus der ersten Figur diese Reduction statt fand, ward durch die Gleichheit des Anfangsbuchstabens angezeigt. So ward z. B. Disamis durch reine Umkehrung des Obersatzes (s) und Vertauschung der Prämissen (m) auf Darii reducirt, wobei jedoch der Schlußsatz PS hieß und daher rein umgekehrt werden mußte, was das zweite s anzeigt. Die Bedeutung des c erläutern wir an Baroco. Angenommen der Schluß SoP aus PaM und SoM sey nicht gültig, so gilt sein Gegentheil SaP; aber PaM als Ober-, SaP als Untersatz geben, wenn man P als Mittelbegriff betrachtet, nach Barbara, SaM, das contradict. Gegentheil des gegebenen Untersatzes SoM, also einen Widerspruch; daher ist SoP nicht ungültig, sondern gültig. Ein apagogischer Beweis.

§. 76.

Die Gültigkeit der in den vorhergehenden §§. bewiesenen Schlußarten kann auch durch Betrachtung der Umfangsverhältnisse der drei Begriffe dargethan werden. Mit vorzüglicher Klarheit geschieht dies durch Anwendung der in §. 44 mitgetheilten schematischen Construction der Urtheile. Die Ausführung, welche keine Schwierigkeiten hat, kann jedoch hier übergangen werden. Die ganze Annahme aber von vier Schlußfiguren und 19 (oder 24) auf sie zu vertheilenden Mo-

bis muß mehr eine combinatorische, als eine logische Theorie der Schlüsse genannt werden. Zuvörderst ist nämlich klar, daß überall, wo nur durch Umstellung der Begriffe (vermöge der Umkehrung) ein Schluß sich erhalten läßt, das Charakteristische der Figur verloren geht. Hiernach fallen (verm. §. 74) Datisi (35) und Ferison (39) der dritten und Fesapo (53) und Fresison (55) der vierten Figur hinweg. Aber auch die noch übrigen Modi der sogenannten vierten Figur Bamalip (49), Calemes (50) und Dimatis (57) lassen sich nicht als eigenthümliche mit denen des §. 73 in gleichen Rang zu stellende Schlußarten beibehalten. Denn abgesehen davon, daß hier erst die Conclusion umgekehrt werden muß, um ein Urtheil der Form SP zu geben, zeigen sie, mit jenen verglichen, überhaupt keine charakteristische Ableitung, da bei ihnen nur wieder die Grundsätze 1, und 2, nach welchen in der ersten Figur geschlossen wird, in Anwendung kommen, indeß die zweite sich des dritten, die dritte des vierten und seiner Verbindungen mit 1, und 2, auf eigenthümliche Weise bedient.

Hinsichtlich der constructiven Herleitung der Schlußmodi durch Betrachtung der Lagen von Kreisen kann, außer auf Euler's Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände der Physik und Philos. 2. Thl., S. 90 ff., aus denen sie in mehrere neuere Lehrbücher der Logik übergegangen ist, auf einen mit französischer Eleganz geschriebenen, den deutschen Logikern wahrscheinlich größtentheils unbekannten Aufsatz Gergonne's, essai de dialectique rationnelle betitelt, in dessen Annales des mathémat. T. VII. p. 189, verwiesen werden. In anderer Weise leitet die Schlüsse Lambert durch seine eigenthümliche Bezeichnung ab (Organon Th. 1, S. 132). Durch symbolische Construction oder logischen Calcul findet sich der Gegenstand auf sehr einfache Art im Anhange II, behandelt.

§. 77.

Hiernach erkennen wir von dem logischen Standpuncte aus nur drei Schlußfiguren an, deren jeder vier Modi

zukommen, dieselben, die in §. 73 abgeleitet worden sind. Zur logischen Charakteristik derselben, bei welcher die Stellung der Begriffe Nebensache bleibt, dienen folgende Bemerkungen, in denen die römischen Ziffern die Figuren bezeichnen:

1) Nur I giebt einen allgemein bejahenden Schlußsatz; nur II schließt aus einem verneinenden Untersatz; nur III aus einem besondern Obersatz.

2) I und II haben nur einen allgemeinen Obersatz, III ist hinsichtlich des Obersatzes unbeschränkt.

3) I hat nur einen bejahenden, II einen beliebigen, III nur einen allgemein bejahenden Untersatz.

4) Hinsichtlich des Schlußsatzes ist I unbeschränkt, II hat nur einen verneinenden, III nur einen besondern Schlußsatz.

5) Ein allgemein bejahender Schlußsatz folgt nur aus Einer Figur, nämlich I, und aus Einem Modus, nämlich Barbara.

6) Ein allgemein verneinender Schlußsatz folgt aus zwei Figuren, nämlich I und II, und zwar aus 3 Modis, nämlich Celarent, Camestres und Cesare.

7) Ein besonders bejahender Schlußsatz folgt aus zwei Figuren, nämlich I und III, und zwar aus 3 Modis, nämlich Darii, Darapti und Disamis.

8) Ein besonders verneinender Schlußsatz folgt aus allen drei Figuren I, II und III, und zwar aus 5 Modis derselben, nämlich Ferio, Baroco, Festino, Felapton und Bocardo.

Durch diese Theorie von drei Schußfiguren treffen wir mit Herbart zusammen. Auch Aristoteles nahm nur drei Figuren an, und erst Claud. Galenus (geb. 131 n. Chr.) fügte die 4te Figur hinzu. Mehrere neuere Logiker von Bedeutung, z. B. Fries, erkennen mit Aristoteles ebenfalls nur drei Figuren an.

§. 78.

Ohne Unterscheidung der Figuren und Modi können wir

ferner aus den als gültig nachgewiesenen 19 Schlußarten folgende Regeln abstrahiren:

1) Eine allgemeine Conclusion folgt immer nur aus allgemeinen Prämissen.

2) Ebenso eine bejahende Conclusion folgt immer nur aus bejahenden Prämissen.

3) Um einen verneinenden Schlußsatz zu erhalten, ist es hinreichend, daß Eine der Prämissen verneinend sey.

4) Auch um einen besondern Schlußsatz zu erhalten, ist Eine besondere Prämisse hinreichend; doch kann auch aus zwei gemeinen Prämissen ein besonderer Schlußsatz folgen.

5) Schlüsse aus zwei verneinenden und zwei besondren Vordersätzen kommen nicht vor.

6) Nennen wir die negative Prämisse in Vergleichung mit der affirmativen, und die besondre in Vergleichung mit der allgemeinen den schwächeren Theil (pars debilior), so können wir aus 3, und 4, die gemeinschaftliche Regel abstrahiren: Die Conclusion richtet sich stets nach dem schwächeren Theile.

§. 79.

Um jedoch diesen Sätzen eine positivere Unterlage zu geben und zugleich den noch rückständigen Beweis zu führen, daß die in §. 75 zusammengestellten 19 Schlußarten die einzig möglichen sind, fügen wir noch folgende Ueberlegungen hinzu:

1) Kommt in beiden Vordersätzen der Mittelbegriff nicht selbst, sondern nur eine Artbestimmung desselben vor, so ist kein Schluß möglich: denn das Verhältniß dieser Arten bleibt im Allgemeinen völlig unbestimmt. Hieraus ergiebt sich, daß folgende Nummern der allgemeine Uebersicht in §. 71 keinen Schluß geben: I. 9, 11, 13, 15; II. 17, 19, 25, 27; III. 43, 44, 47, 48; IV. 51, 52, 59, 60.

2) Ist eine Art eines Begriffs kein Merkmal eines andern, so bleibt es unbestimmt, ob es der Begriff selbst ist oder nicht. Denn der Gegensatz, Widerstreit oder der Grund der bloßen Trennung kann in dem Begriffe selbst, oder aber auch nur in seinem Artunterschiede liegen. Nach diesem Grundsatz erhellt die Unmöglichkeit, aus folgenden Nummern Schlüsse zu ziehen: I, 2, 4, 10, 12; II, 26, 28, 29, 31; III und IV, mit Umkehrung des Untersatzes, 34, 42, 58, endlich 61.

3) Das Verhältniß zweier Begriffe (S, P), deren Verhältnisse gegen einen und denselben dritten, M, nur durch verneinende Bestimmungen gegeben sind, bleibt im Allgemeinen unbestimmt. Denn beruht die Verneinung auf Gegensatz, so kann zwar, wenn S und M und P und M conträr entgegengesetzt, auch S und P es seyn, da der conträre Gegensatz mehrere Glieder zuläßt; es kann aber auch der Gegensatz blos relativer seyn und daher der eine dieser Begriffe den andern als Merkmal enthalten (§. 26). Diese Unbestimmtheit gilt noch mehr von dem mittelbaren conträren Gegensatz, da dann die Begriffe, S und P dem M nicht selbst, sondern nur zweien mit diesem einstimmigen Begriffen entgegengesetzt sind. Beruht die Verneinung aber ganz oder zum Theil auf disparater Beschaffenheit oder bloßer Trennung, so wird die Unbestimmtheit noch größer, indem sich aus diesen Bestimmungen nur besondre Urtheile ergeben und also noch viel weniger von dem verneinenden Verhältniß der Arten auf das Verhältniß der Begriffe selbst geschlossen werden kann. Hierdurch kommen in der allgemeinen Uebersicht folgende Nummern in Wegfall: I, 6, 8, 14, 16; II, 22, 24, 30, 32; III, 38, 40, 46, 48; IV, 54, 56, 62, 64.

4) Endlich erfolgen auch aus den noch übrigen Nummern 36, und 63, keine Schlüsse, wegen der Unbestimmtheit der Umkehrung besonders verneinender Urtheile.

Demnach giebt es nicht mehr und nicht weniger Arten, aus zwei Prämissen eine Conclusion zu ziehen, als die in §. 75 aufgezählten neunzehn.

Auf eine dieser Formen muß sich demnach jeder aus einfachen Prämissen wirklich gezogene Schluß bringen lassen, wenn er gültig seyn soll. Nur eine Abkürzung dieser Formen sind die enthymematischen Schlüsse oder Enthymeme, in welchen Obersatz oder Untersatz oder wohl auch beide zu fehlen scheinen, natürlich aber in Gedanken (ἐν θύμῳ) supplirt werden müssen.

Zweites Kapitel.

Zusammengesetzte Schlüsse und Schlüsse aus zusammengesetzten Urtheilen.

§. 80.

Kommt zu der Conclusion eines Schlusses ein neues Urtheil, das mit jener einen Begriff gemein hat, so wird, wenn die Beschaffenheit der Prämissen und die Stellung der Begriffe einem der im vorigen Kapitel erwiesenen 19 Modi entspricht, sich ein zweiter Schluß ergeben; kommt zu diesem wieder ein Urtheil von angemessener Beschaffenheit, so entsteht ein dritter Schluß u. s. f. Die Gesammtheit dieser Schlüsse heißt eine Schlußkette. Da es bei der Untersuchung über die Bedingungen der Möglichkeit einer solchen zunächst blos auf die Verbindung von zwei Schlüssen ankommt, so unterscheidet man in einer zweigliedrigen Schlußkette den ersten Schluß, Vorschluß (Prosyllogismus), und den zweiten oder Nachschluß (Episyllogismus). Da der Nachschluß durch seinen Untersatz zu den drei Begriffen des Vor-

schlusses nur Einen neuen hinzubringen kann, indem der andre ihm als Mittelbegriff mit der Conclusion gemein seyn muß, so kann eine zweigliedrige Schlußkette nicht mehr als vier Begriffe haben, von denen einer der Oberbegriff (P = praedic. conclus.), ein zweiter der Unterbegriff (S = subject. conclus.) beziehungsweise dem ersten Obersatz und dem zweiten Untersatz angehören, die beiden übrigen (M, N) aber als Mittelbegriffe zu betrachten sind. Die Aufgabe, die Bedingungen der Möglichkeit einer zweigliedrigen Schlußkette aufzufinden, kann daher auch so ausgedrückt werden: zu bestimmen, auf wie vielfache Art aus gegebenem Ober- und Unterbegriffe mit Hülfe zweier Mittelbegriffe ein Schluß gezogen werden kann.

§. 81.

Bei der Auflösung dieser Aufgabe legen wir, obgleich wir nur drei logische Schlußfiguren anerkennen, der Vollständigkeit der Uebersicht willen, zuvörderst die combinatorische Theorie von den 19 Modis zum Grunde, indem wir untersuchen, in wie weit jede der vier Figuren in Vor- und Nachschluß in Anwendung gebracht werden kann.

Sey daher zuerst der Vorschluß in der ersten Figur, so kann derselbe, wenn wir M als den ersten Mittelbegriff setzen, nur folgender seyn:

M P
N M
―――
N P

Soll nun auch im Nachschluß die erste Figur in Anwendung kommen, so muß der Untersatz desselben S N heißen, was dann folgenden Nachschluß giebt:

N P
S N
―――
S P

Da aber die erste Figur einen allgemeinen Obersatz erfordert, so muß NP allgemein seyn, und sich daher die Anwendung der ersten Figur im Vorschluß auf Barbara und Celarent beschränken; SN aber muß bejahend seyn, MP allgemein, NM allgemein bejahend. Hiernach bildet sich die Schlußkette auf folgende Weise, wobei die Beschaffenheit der Urtheile durch die zwischengesetzten Vocale, von denen natürlich immer nur Einer auf einmal gelten kann, angezeigt ist:

1) M a e P (I. Barb.
N a M   Celar.)
―――――
N a e P (I)
S a i N
―――――
S a e i o P

Da nun aber S und N noch die zweite Stellung NS haben können, so wird auch noch der Nachschluß in der Form

N P
N S
―――
S P

mittels der dritten Figur erhalten werden können. Diese fordert NS bejahend, NP kann aber jede Beschaffenheit haben, der Schlußsatz wird ein besondrer; daher ist hier die Anwendung der ersten Figur im Vorschluß unbeschränkt. Hiernach ist die zweite Schlußkette folgende:

2) M a e P (I)
N a i M
―――――
N a e i o P (III)
N a i S
―――――
S i o P

§. 82.

Um den Vorschluß nach der zweiten Figur zu bilden, muß der Obersatz PM, der Untersatz NM heißen. Der Schluß-

satz NP wird jetzt verneinend. Die Wiederholung der zweiten Figur im Nachschluß wird unmöglich, mag man als Untersatz SN oder NS annehmen. Wohl aber zeigen die beiden Schlußketten des vorigen §'s., daß sowohl in der ersten als dritten Figur fortgeschlossen werden kann. Im ersteren Falle muß NP allgemein verneinend seyn. Daher sind denn auch im Vorschluß nur Camestres und Cesare anwendbar, so wie zum Nachschluß nur Celarent und Ferio passen. Im andern Falle sind von der dritten Figur nur Felapton, Ferison und Bocardo anwendbar; im Vorschluß aber alle vier Modi der zweiten Figur. Es ergeben sich also folgende mit der zweiten Figur anhebende Schlußketten:

3) P a e M (II. Cam.
N e a M (Ces.)
―――
N e P (I. Cel.
S a i N (Fer.)
―――
S e o P

4) P a e M (II)
N aeio M
―――
N e o P (III. Felap.
N a i S (Feris.
(Boc.)
―――
S o P

§. 83.

Sey drittens der Vorschluß in der dritten Figur, so ist der Obersatz MP, der Untersatz MN, der Schlußsatz NP ein besondrer. Offenbar kann daher auch nur in der dritten Figur weiter geschlossen werden, und zwar mit einziger Anwendung der Modi Disamis oder Bocardo. Demnach ist die Schlußkette, ganz in der dritten Figur, folgende:

5) M aeio P (III)
M a i N
―――
N i o P (III. Dis.
N a S (Boc.)
―――
S i o P

§. 84.

Gehen wir endlich von der vierten Begriffsstellung aus,

so ist PM Obersatz und MN Untersatz, beide nicht besonders verneinend, der Schlußsatz NP nicht allgemein bejahend. Die Fortsetzung ist in der vierten Stellung nicht möglich, wohl aber in der ersten und dritten Figur; in jener jedoch nur bedingungsweise, wenn der Schlußsatz NP nicht besonders ist, in welchem Falle die dritte Figur eintritt. Da dann NP nur allgemein verneinend seyn kann, so beschränkt sich der Vorschluß einzig auf den Modus Calemes, der Nachschluß auf Celarent und Ferio. In den übrigen Fällen hilft die dritte Figur mit Felapton, Disamis, Bocardo und Ferison zu einem Schlusse. Die Schlußketten sind also jetzt folgende:

6) P a M
M e N (IV. Calem.)
____
N e P
S a i N (I. Celar. Fer.)
____
S e o p

7) P a e i M
M a e i N (IV.)
____
N e i o P
N a i S (III. Felap. Dis. Boc. Feris.)
____
S i o P

Beschränken wir uns auf die drei echten Schlußfiguren, so bleiben uns für zweigliedrige Schlußketten die fünf Formen 1, bis 5, übrig. Durch eine etwas andere Behandlung erhält Herbart (Einleit. S. 95 ff.) nur vier Ketten, von denen drei mit unsern 1, 4, 5, zusammentreffen. H's vierte aber scheint uns der Aufgabe, wie er sie gestellt hat, fremd zu seyn, weil sie, von der Voraussetzung abspringend, den angenommenen Obersatz zum Untersatz des Vorschlusses macht. Nr. 2, und 3, sind unbemerkt geblieben. Weit unvollständiger ist aber, was andre Logiker hierüber gelehrt haben. Man vergl. z. B. Lambert's Organon S. 187 ff., und Twesten's Logik. S. 133, was immer noch das Ausführlichste über den Gegenstand ist.

§. 85.

Unter Voraussetzung der Theorie der drei Schlußfiguren lassen sich nun schon aus der Betrachtung der zweigliedrigen Schlußkette folgende Bemerkungen über die Verbindung der Figuren abstrahiren:

1) Fängt eine Kette in der ersten oder zweiten Figur

an, so kann sie nur in der ersten oder dritten fortgesetzt werden.

2) Fängt eine Kette in der dritten Figur an, so läßt sie sich auch nur in dieser fortsetzen.

3) Ein Kette rein in der zweiten Figur ist unmöglich.

4) Aus 1, und 2, folgt ferner, daß in einer Kette nie mehr als Einmal in der zweiten Figur geschlossen werden kann, und zwar allemal nur im ersten Vorschluß.

5) Wird irgendwo in einer Kette in der dritten Figur geschlossen, so sind auch alle folgende Schlüsse in dieser Figur.

6) Alle drei Figuren in Einer Kette können nur vorkommen, wenn diese in der zweiten Figur beginnt.

7) Nur eine Kette, die durchgängig in der ersten Figur und zwar nur nach Barbara schließt, kann einen allgemein bejahenden Schlußsatz geben.

8) Nur eine Kette, die entweder allein in der ersten Figur, und zwar nach Celarent, schließt, oder mit der zweiten, und zwar mit Camestres, beginnt und dann in Celarent übergeht, kann einen allgemein verneinenden Schlußsatz geben.

9) Jede in der zweiten Figur beginnende Kette hat einen verneinenden, jede in der dritten beginnende einen besondern Schlußsatz.

10) Daher schließt ein bejahender Schlußsatz die zweite Figur, ein allgemeiner die dritte aus der Kette aus.

§. 86.

Ohne Unterscheidung der Figuren gelten ferner von den Schlußketten folgende Sätze:

1) Jeder allgemeine Schlußsatz fordert durchgängig allgemeine Prämissen; aber das Vorhandenseyn der letzteren bedingt noch nicht umgekehrt einen allgemeinen Schlußsatz.

2) Jeder bejahende Schlußsatz fordert durchgängig beja-

hende Prämissen, und umgekehrt bedingt das Vorhandenseyn der letzteren auch einen bejahenden Schlußsatz.

3) Keine Kette kann mehr als Eine besondre und Eine verneinende Prämisse, doch diese zugleich, haben, und diese macht dann den Schlußsatz beziehlich zu einem besondern und verneinenden.

4) Wo Verneinung vorkommt, da geht sie immer vom ersten Vorschluß aus: denn nur die erste oder zweite Prämisse kann verneinend seyn.

Die bis aufs Einzelne gehenden, hier aber entbehrlichen, Belege aller dieser Sätze enthält der Anhang III.

§. 87.

Kürzt man eine Schlußkette dadurch ab, daß man die sämmtlichen mittleren Schlüsse wegläßt, und daher die sämmtlichen Prämissen zusammenstellt und nur Einen Schluß zieht, so heißt die hieraus hervorgehende Form ein Kettenschluß oder Sorites. Man unterscheidet hier eine doppelte Anordnung der Begriffe in den Prämissen. Ist das Prädicat einer jeden Prämisse das Subject der nächstfolgenden, so heißt der Sorites der gemeine, ordentliche oder aristotelische; ist dagegen das Subject einer jeden Prämisse das Prädicat der nächstfolgenden, so heißt er der umgekehrte oder goklenische. Die Schemata beider sind daher, wenn wir die Mittelbegriffe durch M_1, M_2, M_3 ... M_n bezeichnen, folgende:

Schema d. aristotel. Sorites.	Schema d. goklen. Sorites.
S M_1	M_n P
M_1 M_2	M_{n-1} M_n
M_2 M_3	M_{n-2} M_{n-1}
⋮	⋮
M_{n-1} M_n	M_1 M_2
M P	S M_1
S P	S P

Unstreitig ist der aristotelische Sorites für den Gebrauch der bequemere. Wenn man aber einmal in den Schlüssen den Obersatz dem Untersatz voraussstellt, (was indeß gar nicht nothwendig so seyn muß, vielmehr ganz willkürlich ist), so entsteht durch Abkürzung der Schlußketten **zunächst** der goklenische Sorites, und könnte daher in sofern dieser auf den Namen des ordentlichen Anspruch machen. Letzterer hat seinen Namen von Rud. Goklenius, der in seiner Isagoge in Organ. Arist. (Frcfrt. 1621) zuerst auf den umgekehrten Kettenschluß aufmerksam machte.

§. 88.

Wir haben jetzt noch zu untersuchen, welchen Einfluß auf die Schlußtheorie der Unterschied einfacher und zusammengesetzter Urtheile haben kann. Was nun zuerst die hypothetischen betrifft, so läßt die in §. 61 ff. entwickelte Ansicht von ihrer Zusammensetzung erwarten, daß sich die bisherige Theorie ohne Veränderung auf sie werde übertragen lassen. In der That bedarf es, um auch hier die drei Figuren und deren zwölf Modi wieder zu erkennen, nur des Ansatzes folgender Formeln:

1) Immer wenn M, N ist, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D
Immer (zuweilen) wenn A, B ist, so ist M, N
――――――――――――――――――
Immer (zuweilen) wenn A, B ist, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D

2) Immer wenn C, D ist, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ M, N
Immer (zuweilen) wenn A, B ist, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist nicht}\\ \text{ist}\end{matrix}\right\}$ M, N
――――――――――――――――――
Immer (zuweilen) wenn A, B ist, so ist nicht C, D

3) Immer (zuweilen) wenn M, N, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D
Immer wenn M, N, so ist A, B
――――――――――――――――――
Zuweilen wenn A, B, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D.

Man wird bei Ableitung dieser Schlüsse zwar auch sowohl vom Inhalts- als Umfangsverhältnisse ausgehen können, da, was die ersten betrifft, nur daran gedacht werden darf, daß jedes einfache Urtheil der Ausdruck eines entstehenden zusammengesetzten Begriffs ist; am bequemsten ist es jedoch, diese zusammengesetzten hypothetischen Urtheile unter den Gesichtspunct von Umfangsverhältnissen zu stellen: denn es faßt sich leicht auf, daß in dem Urtheil: wenn M, N, so ist C, D; ein Theil der dem allgemeinen Urtheil: C ist D; untergeordneten Fälle mit den unter dem Urtheile: M ist N; enthaltenen sämmtlichen Fällen verbünden ist, und daher die schematische Construction, gemäß §. 30 Anmerk. wohl verstanden, wieder in Anwendung gebracht, oder auch, ohne dieselbe, die relative Identität der Theile dieser hypothetischen Urtheile nachgewiesen werden kann.

§. 89.

Geht in den beiden ersten Formeln des vorigen §'s die hypothetische Setzung des Consequens im Untersatz, durch Verschwinden des Antecedens, nach §. 60, in eine absolute Setzung über, so entstehen folgende Schlüsse, die bald hypothetisch-kategorische heißen, wo dann die des vorigen §'s hypothetisch-hypothetische genannt werden, bald als eigentlich hypothetische Schlüsse bezeichnet werden, wogegen man dann die vorigen nur als hypothetische in kategorischer Form aufführt:

1) Immer wenn M, N ist, so $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D
   Nun ist M, N
   ―――――――――
   Also $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ C, D

2) Immer wenn C, D ist, so ist M, N
   Nun ist nicht M, N
   ―――――――――
   Also ist nicht C, D.

Der dritten Formel des vorigen §'s. kann hier nothwendiger Weise nichts entsprechen, weil mit der absoluten Setzung des Consequens des Untersatzes das Antecedens und damit dort

das vermittelnde Urtheil verschwindet, also jede Verknüpfung von Ober= und Untersatz unter allen Umständen unmöglich wird. Vorstehende Formeln sind also die beiden einzigen Figuren dieser hypothetischen Schlüsse und führen die Namen **modus ponens (ponendo tollens)** und **modus tollens.** Nach der hier gegebenen Ableitung bieten sie jedoch keine solchen Eigenthümlichkeiten dar, die nöthigten oder berechtigten, die allgemeine Theorie als die der bloßen kategorischen Schlüsse aufzufassen und ihnen die gegenwärtigen als rein hypothetische zu coordiniren.

Herbart sieht diese Schlüsse als die einfachsten unter allen an und beginnt mit ihnen seine Schlußtheorie, indem er aus ihnen die Grundsätze zieht: mit dem Subject ist das Prädicat gesetzt, mit dem Prädicat das Subject aufgehoben; und dann den Existenzialsatz zu einem vollständigen Urtheil erweitert. So sinnreich und eigenthümlich dieser Gang ist, so zogen wir doch den hier gewählten seiner Einfachheit und Natürlichkeit wegen vor. — Auf die noch zusammengesetzteren Formen der hypothetischen Urtheile bei den Schlüssen Rücksicht zu nehmen, lohnt offenbar der Mühe nicht.

§. 90.

Daß ferner die inductiven und conjunctiven Urtheile (§. 66 f.) noch weniger als die zusammengesetzten hypothetischen neue Schlußformen erzeugen können, geht aus der Art ihrer Zusammensetzung klar hervor. Die drei Schlußfiguren nehmen hier folgende Formen an:

1) $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ C sind P
Alle (Einige) S sind sowohl A als B als C

Alle (einige) S sind P.

2) P ist {sowohl / weder} A {als / noch} B {als / noch} C
Alle (einige) S sind {weder / sowohl} A {noch / als} B {noch / als} C

Alle (einige) S sind nicht P.

3) {Sowohl / Weder} A {als / noch} B {als / noch} C sind P
Sowohl A als B als C sind S

Einige S {sind / sind nicht} P.

Hinsichtlich der von Fries sogenannten conjunctiven Schlüsse treten wir den von ihm selbst (Syst. d. Log. S. 259) bemerklich gemachten Einwürfen gegen die Behauptung ihrer Eigenthümlichkeit bei, ohne uns durch seine Vertheidigungsgründe befriedigt finden zu können. — Zur bestimmteren Auffassung der Bedeutung dieser Formen fügen wir noch einige Beispiele hinzu: Blau, Gelb und Roth sind prismatische Farben; der Regenbogen enthält Blau, Gelb und Roth, — also prismatische Farben. Ein Beispiel, aus dem erhellt, daß die Reihe der Begriffe gar nicht vollständig zu seyn braucht. — Ein Geist hat weder Fleisch noch Bein; jenes Gespenst hat Fleisch und Bein; — also ist es kein Geist. — Mercur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn drehen sich um ihre Axen; ebendieselben sind Planeten; also drehen sich einige Planeten um ihre Axen.

§. 91.

Wenden wir uns endlich zu den disjunctiven Urtheilsformen, so ist aus der in §. 68 nachgewiesenen Zusammensetzung derselben leicht zu ersehen, daß immer nur Eine der Prämissen disjunctive Form haben kann. Da nämlich die vollständige Reihe disjuncter Begriffe immer die Stelle des Mittelbegriffs einnimmt, so muß die andre Prämisse stets so beschaffen seyn, daß im Schlußsatz kein Glied der Disjunction mehr vorkommt. Dies erfordert aber, daß der Mittelbegriff der andern Prämisse genau dieselbe Reihe von Begriffen enthalte, je-

doch nicht in disjunctiver, sondern in inductiver (also copulativer oder remotiver) Form. Denn da bei der Disjunction immer nur Einer der mehreren angezeigten Fälle gilt, so würde, wenn beide Urtheile disjunctive wären, ihre Verbindung durch den Schluß blos zufällig, keineswegs aber nothwendig seyn, indem nur in dem günstigen Falle, daß für beide Urtheile dasselbe Glied der Disjunction Gültigkeit hätte, mit Nothwendigkeit ein Schluß erfolgte. Er läßt sich dagegen in allen Fällen ziehen, wenn die andre Prämisse die Begriffsreihe in inductiver Form des Urtheils enthält.

§. 92.

Hieraus ergeben sich folgende Formen:

1) in der ersten Figur:

$$\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\\text{Weder}\end{matrix}\right\} A \left\{\begin{matrix}\text{als}\\\text{noch}\end{matrix}\right\} B \left\{\begin{matrix}\text{als}\\\text{noch}\end{matrix}\right\} C \text{ ist } P$$

S ist entweder A oder B oder C

$$S \left\{\begin{matrix}\text{ist}\\\text{ist nicht}\end{matrix}\right\} P.$$

2) In der zweiten Figur:

a) P ist entweder A oder B oder C
S ist weder A noch B noch C

S ist nicht P.

b) P ist weder A noch B noch C
S ist entweder A oder B oder C

S ist nicht P.

3) In der dritten Figur:

$$\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\\text{Weder}\end{matrix}\right\} A \left\{\begin{matrix}\text{als}\\\text{noch}\end{matrix}\right\} B \left\{\begin{matrix}\text{als}\\\text{noch}\end{matrix}\right\} C \text{ ist } P$$

Entweder A oder B oder C ist S

$$S \left\{\begin{matrix}\text{ist}\\\text{ist nicht}\end{matrix}\right\} P.$$

Man kann diese Schlüsse Inductionsschlüsse nennen, in sofern durch die Disjunction der Umfang eines Begriffs bestimmt und durch die andere Prämisse von jedem Gliede desselben ein andrer Begriff als Prädicat bejaht oder verneint wird, welche Bejahung oder Verneinung nun mit inductorischer Allgemeinheit auf den ersten Begriff selbst übergeht (vgl. §. 43). Im weiteren Sinne kann man auch mit demselben Namen die Schlüsse des §. 90 bezeichnen.

Die Mehrzahl der hier aufgeführten Formen findet sich schon bei Lambert aufgeführt und mit Beispielen belegt (Organon Bd. I. §. 284 f.). Die neuen scholastischen Namen, welche er für diese Schlüsse erfunden hat, scheinen uns überflüssig, da das Wesentliche ihrer Verhältnisse schon durch die alten Namen der Modi bezeichnet wird. Wir fügen noch folgende Beispiele hinzu: Zu 1: Sowohl Peripheriewinkel, welche den Centriwinkel, der mit ihnen auf dem gleichen Bogen steht, einschließen, als solche, die einen seiner Schenkel mit einem der ihrigen schneiden, als solche, die einen seiner Schenkel mit einem der ihrigen decken, sind halb so groß als diese Centriwinkel. Alle Peripheriewinkel gehören zu einer dieser Classen. Alle Peripheriewinkel sind also halb so groß, als die mit ihnen auf gleichem Bogen stehenden Centriwinkel. Zu 2 a: Alle Modi der zweiten Figur schließen entweder allgemein verneinend oder besonders verneinend; Barbara schließt weder allgemein noch besonders verneinend; also ist Barbara kein Modus der zweiten Figur. Zu 2 b: Die wahre Philosophie führt weder zu Deismus noch zu Atheismus; die Philosophie der Encyklopädisten führt zu einem von beiden; also ist sie nicht die wahre Philosophie. Zu 3. Weder ich noch Du sind reich; mich oder dich trifft das Loos; also wen das Loos trifft der ist nicht reich.

§. 93.

So wie im §. 89 aus den hypothetischen Schlüssen des §. 88 abgekürzte Formeln hervorgehen, so findet in Beziehung auf die disjunctiven Schlüsse des vorigen §'s. ein ganz ähnliches Verhältniß statt, wie dies durch die Zusammensetzung der letzteren aus hypothetischen nach §. 68 begründet ist. Zuerst nämlich, indem die Begriffsreihe als Mittelbegriff festgehalten wird:

1) $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ C ist P
Nun ist entweder A oder B oder C

Also $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

Dieser Formel kann beziehungsweise der

modus $\left\{\begin{matrix}\text{ponens}\\ \text{ponendo tollens}\end{matrix}\right\}$ genannt werden.

2) P ist entweder A oder B oder C
Nun ist weder A noch B noch C

Also ist nicht P,

der modus tollens der disjunctiven Schlüsse.

Man kann aber auch zweitens einen oder einige der Begriffe in dem Schlußsatz zulassen und nur die übrigen als Mittelbegriffe betrachten. Dann entstehen folgende Formeln:

3) P ist entweder A oder B oder C
Nun ist (in gewissen Fällen) P, A

Also ist (in diesen Fällen) P weder B noch C.

Dies der modus ponendo tollens.

4) P ist entweder A oder B oder C
Nun ist (in gewissen Fällen) P weder A noch B

Also ist (in diesen Fällen) P, C.

5) P ist entweder A oder B oder C
Nun ist (in gewissen Fällen) P nicht A

Also ist (in diesen Fällen) P entweder B oder C.

Beide letztere Schlüsse im modus tollendo ponens.

Endlich sind noch Verbindungen hypothetischer und disjunctiver Formen zu bemerken, nach folgendem Schema:

6) {Sowohl / Weder} wenn A {als / noch} wenn B ist, ist C

Nun ist entweder A oder B

Also {ist / ist nicht} C

im modus {ponens / ponendo tollens.}

Die Schlußformen dieses §'s führen den Namen Dilemmen (Trilemmen, Polylemmen). Von der Form unter 6, sind die aus dem Alterthum unter den Namen des Krokodillschlusses und des Sophisma des Evathlus bekannten Dilemmen. Ihre Erörterung als Trugschlüsse gehört nicht hierher.

Vierter Abschnitt.

Von den systematischen Formen.

§. 94.

Die logischen Formen des Begriffs, Urtheils und Schlusses können, wie bereits im §. 10 angedeutet, zwar schon im vereinzelten Denken und Erkennen in Anwendung gebracht werden. Man kann sich aber auch die höhere Aufgabe stellen: zu untersuchen, auf welche Weise jene Formen anzuwenden sind, wenn über irgend einen gegebenen Gegenstand ein geordnetes, zusammmenhängendes, möglichst vollständiges Ganze von Erkenntnissen zu Stande kommen soll. Ein solches Ganze heißt hinsichtlich seines Inhaltes eine Wissenschaft, hinsichtlich seiner Form ein System.

Das Wort „Erkenntniß" ist hier in demselben weiteren Sinne gebraucht, in dem in §. 4 Philosophie „Erkenntniß aus Begriffen" genannt worden ist; nicht aber in dem engeren, in welchem Metaphysik als „Erkenntnißlehre" bezeichnet wird, wo Erkenntniß ein Wissen vom Seyenden und wirklichen Geschehen bedeutet.

§. 95.

Der Inhalt eines Systems besteht theils in dem gegebenen Stoffe, theils in der Bearbeitung desselben. Jener

liefert die Anfänge, die **Principien** der Wissenschaft; in dieser stellt sich die Art und Weise des Fortganges von den Anfängen des Wissens zu demjenigen dar, was sich durch sie begründen läßt — die **Methode**. Jede Wissenschaft hat ihre eigenthümlichen, von der besondern Beschaffenheit ihres Gegenstandes abhängigen Principien und Methoden. Da aber die Logik von dem besondern Inhalte der Begriffe gänzlich abstrahirt, so wird das, was sie über Principien und Methoden zu lehren weiß, für alle Wissenschaften gelten. Nennt man die Lehre von den Principien und Methoden überhaupt Methodologie, so kann die Lehre von den systematischen Formen auch **allgemeine Methodologie** genannt werden.

Es ist im Allgemeinen durchaus kein Grund vorhanden zu behaupten, jede Wissenschaft dürfe nur Ein Princip und Eine Methode haben. Vielmehr ist diese Ansicht als eins der schädlichsten Vorurtheile zu betrachten, die in den letzten Jahrzehnden die Philosophie beherrscht und von da aus auch in andren Wissenschaften Eingang gefunden haben. **Fries** und **Herbart** haben das Verdienst, die Rechte der Vielheit in der Philosophie überhaupt gegen die unbegründeten Anmaßungen der Einheit vertheidigt zu haben. (S. Fries's neue Kritik der Vern. Bd. I. S. XXIX ff. 1ste Ausg., u. Herbart's Encyklopädie S. 376 und an vielen andern Orten seiner übrigen Schriften; vgl. des Vf's Schrift: Beiträge zur Orientirung u. s. w. S. 24 ff.) In der Kürze ist klar, daß eine jede philosophische Lehre, die den tiefsten Gehalt, den Kern des Wissens in der Erkenntniß von **Verhältnissen** findet, überall auf die nothwendige Voraussetzung einer Vielheit getrieben werden muß. Mit Beschränkung auf die Logik muß die Rechtfertigung dieser Behauptung in dem Nachfolgenden zu finden seyn.

§. 96.

Wenn hiernach die Logik, ihrem Charakter getreu, nur formale Bestimmungen über Principien und Methoden geben kann, so wird überdies die logische Methodologie nur die **Dar-**

stellung der Wissenschaft überhaupt betreffen, und daher, wenigstens nicht unmittelbar, auf Erweiterung der Wissenschaften durch Erfindungen und Entdeckungen Einfluß ausüben. Diese pflegen vielmehr aus der Anwendung der den besondren Wissenschaften eigenthümlichen Methoden hervorzugehen, die wiederum selbst Sache der Erfindung sind und sich daher nicht in einem geschlossenen Lehrbegriff zur Darstellung bringen lassen. Eben so wenig darf mit der logischen Methodologie die Lehre von den Principien und Methoden des Unterrichts verwechselt oder vermengt werden, welche vielmehr unter dem Namen der Didaktik gänzlich dem Gebiete der auf Psychologie und Erfahrung gegründeten Pädagogik angehört.

Sobald es die Logik unternimmt, unter dem stolzen Namen Heuristik Erfindungsregeln geben zu wollen, verräth sie durch die Dürftigkeit und Leere derselben sogleich, daß sie ihr eigenthümliches Gebiet überschritten hat.

§. 97.

So wie die Logik selbst ihren Stoff in den Begriffen und deren Verhältnissen findet, so wird auch jede andre Wissenschaft mit Begriffsbestimmungen anfangen müssen, da von ihrem Gegenstande nur so weit die Rede seyn kann, als wir ihn durch Begriffe aufzufassen vermögen (§. 3). Diese Bestimmungen müssen sich nun entweder auf den Inhalt oder auf den Umfang der Begriffe beziehen. Das erstere geschieht in den Erklärungen, das andere in den Eintheilungen. Was nun zuerst den Inhalt betrifft, so ist dieser (§. 13) entweder aus Merkmalen zusammengesetzt oder einfach. Im ersteren Falle entsteht die Aufgabe einer vollständigen Aufzählung der Merkmale, wodurch der Begriff deutlich (notio perspicua), im andern diejenige der zureichenden Unterscheidung von andren Begriffen, wodurch er klar (notio

clara) gemacht wird. Hiernach sind deutliche Begriffe auch zugleich klar, nicht aber umgekehrt klare auch schon deutlich. Das Gegentheil deutlicher Begriffe sind verworrene (confusae), so wie klarer dunkle (obscurae).

„Die Idee einer Wissenschaft" zum obersten Princip zu machen, wie häufig empfohlen wird, kann nicht als allgemeine Vorschrift gelten. In einer solchen Idee liegt weder eine Garantie ihrer Ausführbarkeit, noch eine Hinweisung auf den rechten Anfang. Sie kann nur in der Erklärung der Wissenschaft die Aufgabe derselben stellen und durch die Eintheilung sie in mehrere Theile spalten. Ob aber diese Aufgabe auch lösbar ist oder nicht, läßt sich zum Voraus nicht bestimmen. Es müssen zu diesem Zweck erst anderweite Mittel herbeigeschafft und geprüft werden. Der allgemeine Begriff einer Wissenschaft ist keineswegs auch ihr Grundbegriff. Jener pflegt von einer Reihe schon vorhandener mannichfaltiger, aber durch ihren Gegenstand zusammengehöriger Untersuchungen abstrahirt zu seyn, aus Grundbegriffen aber soll erst Neues hervorgehen.

Durch Klar- und Deutlichmachen der Begriffe trägt die Logik das Ihrige zu Erfüllung der Forderung an alle Wissenschaft bei, daß sie Wahrheit besitze. Diese ist nämlich theils formale, theils reale. Jene besteht in der Widerspruchslosigkeit der Begriffe, diese wird als die Uebereinstimmung der Begriffe mit ihren Gegenständen bezeichnet. Durch Verdeutlichung wird man gewahr, ob ein Begriff widersprechende Merkmale hat; durch Klarheit wird die Verwechselung, d. i. die fälschlich angenommene Identität verschiedener Begriffe verhütet. Was die reale Wahrheit betrifft, so ist diese theils, die davon gegebene Erklärung im populären Sinne der Worte genommen, Sache der Untersuchung jeder besondern Wissenschaft, theils, in der tiefern Bedeutung, Aufgabe der Metaphysik. So nimmt z. B. der Naturforscher, von dem Standpuncte des empirischen Realismus aus, ohne Bedenken die in die Wahrnehmung fallenden Complexionen sinnlicher Merkmale für die Gegenstände selbst, und hält seine Begriffe von denselben schon für wahr, wenn er mit möglichster Vollständigkeit und Bestimmtheit jene Merkmale in dieselben aufgenommen hat. Für den Metaphysiker stellt sich aber noch die Frage, ob der wahrgenommene Complex der Gegenstand, das Ding selbst, oder

nur die Erscheinung des Dinges, oder am Ende gar bloßer Schein sey, nnd von einem realen Dinge überhaupt nicht die Rede seyn dürfe. Eine exacte Behandlung dieser Fragen zeigt, daß wir zwar wissen, daß Dinge sind, daß aber nicht die Dinge, sondern nur ihre Verhältnisse Gegenstand unsers Wissens seyn können. S. Herbart's Metaphys. Bd. II. S. 411 ff.

I. Von den Erklärungen.

§. 98.

Die Aufgabe: die Begriffe deutlich und, wo dies nicht möglich, wenigstens klar zu machen, löst die Logik im Allgemeinen durch die systematische Form der Erklärungen (Definitionen im weitern Sinne). Diese gründen sich auf die logischen Verhältnisse der Unterordnung, Beiordnung und Einstimmung. Man unterscheidet nämlich zu diesem Behuf unter Merkmalen im weitern Sinne wesentliche, die dem Begriffe in seiner Unbeschränktheit zukommen, und unwesentliche, die nur irgend einer Art desselben angehören. Die wesentlichen Merkmale aber theilt man weiter in ursprüngliche (constitutive) und abgeleitete (attributive), von denen jene mit den eigentlichen (inneren), diese mit den äußeren Merkmalen oder Eigenschaften (§. 30) zusammenfallen. In der Angabe der Gesammtheit der wesentlichen und ursprünglichen Merkmale eines Begriffs, durch die also sein Inhalt deutlich gemacht wird, besteht seine Definition, im engeren Sinne des Wortes, oder seine Sacherklärung (Realdefinition). Der Form des logischen Ausdrucks nach ist sie ein conjunctives und reciprocables Urtheil (§. 67), von dem der zu erklärende Begriff (definitum) das Subject, die Gesammtheit der Merkmale aber das Prädicat ist.

§. 99.

Die Definition im engeren Sinne muß demnach vom Definitum mindestens zwei ursprüngliche Merkmale angeben, die nächsthöhere Gattung (genus proximum) und den Artunterschied (differentia specifica) (§. 17 und 14). Durch beide erhält der Begriff seine feste Stelle in der Reihe einander untergeordneter Begriffe, der er angehört. Sind diese beiden Merkmale selbst wieder zusammengesetzte Begriffe, so sind auch sie eines Ausdrucks durch Gattung und Artunterschied fähig. Man kann daher in die Definition eines Begriffs statt der Merkmale selbst auch ihre Definitionen aufnehmen. Hieraus folgt, daß die Definition eines Begriffs auf mehr als eine Art ausführbar ist, je nachdem man bei mehr oder weniger zusammengesetzten Merkmalen desselben stehen bleibt.

Bedient man sich nicht der nächsthöhern Gattung, so sind um so mehr determinirende Merkmale hinzuzufügen. Es ist aber kein Grund vorhanden, eine möglichst weit hergeholte (aus den höchsten Abstractionen abgeleitete) Definition einer solchen vorzuziehen, die sich der nächsthöheren Gattung bedient, wenn diese nur anders eine hinlänglich bestimmter Begriff ist. Manche Schriftsteller scheinen aber in der That jenes für tiefsinniger und philosophisch vornehmer zu halten.

§. 100.

Allgemeine Vorschriften, wie Definitionen zu bilden seyen, kann die Logik, vermöge ihrer blos gesetzgebenden Natur (§. 9), nicht ertheilen; sie kann aber die richtige Bildung derselben dadurch erleichtern, daß sie vor den wichtigsten Fehlern warnt, in die man hierbei leicht verfällt. Diese beziehen sich theils auf die Anzahl, theils auf die Beschaffenheit und Bezeichnung der in die Definition aufzunehmenden Merkmale.

Was nun erstens die Anzahl der Merkmale betrifft, so enthalte

a) die Definition deren nicht zu wenig, sondern die wesentlichen und ursprünglichen Merkmale vollständig. Durch Vernachlässigung dieser Warnung wird die Definition zu weit (latior definito): denn bei fehlenden Merkmalen wird nicht der Begriff, sondern eine Gattung desselben definirt, der ein weiterer Umfang zugehört als dem Begriffe selbst.

b) Die Definition enthalte aber auch der Merkmale nicht zu viele. Denn entweder sind diese Merkmale zwar wesentliche, aber nur abgeleitete. Dann sind sie überflüssig, da sie die Deutlichkeit des Begriffs nicht vermehren können. Oder sie sind unwesentliche. Dann wird die Definition zu eng (angustior definito), indem anstatt des Begriffs nur eine Art desselben definirt wird, die einen engeren Umfang hat als er selbst (§. 20).

Eine Definition, die weder zu eng, noch zu weit ist, heißt angemessen (adäquat). Sie hinsichtlich dieser Erforderniß zu prüfen, dient insbesondere die reine Umkehrung des sie darstellenden Urtheils, welche (§. 98) zulässig seyn muß.

§. 101.

Was zweitens Beschaffenheit und Bezeichnung der Merkmale betrifft, so hüte man sich

a) daß nicht in irgend einem der zur Erklärung gebrauchten Merkmale der zu erklärende Begriff selbst ganz oder theilweise versteckt enthalten sey. Dieser Fehler heißt eine Kreiserklärung (circulus in definiendo) oder Diallele.

b) Man vermeide solche Merkmale, die verneinende Begriffe sind, da diese als Prädicate des die Definition ausdrückenden Urtheils nichts zur Begrenzung des Umfangs des Subjects beitragen, sondern dasselbe nur in eine unendliche Sphäre versetzen (§. 42 Anm. vgl. §. 25 Anm.). Um auch den bloßen Schein negativer Merkmale zu vermeiden, ist es

rathsam, selbst auch blos verneinende Ausdrücke von Begriffen, die einen bejahenden Inhalt haben, zu umgehen.

c) Endlich enthalte man sich dunkler, uneigentlicher oder blos bildlicher Ausdrücke zur Bezeichnung der Merkmale. Die strenge Befolgung dieser Regel macht die Definition *präcis*.

§. 102.

In Absicht auf die Erreichbarkeit der Vollständigkeit der Merkmale durch die Definition ist noch auf die Art des Ursprungs des zu definirenden Begriffs Rücksicht zu nehmen. Begriffe sind nämlich entweder *gegebene* oder *gemachte*. In den Fällen, wo Begriffe gegeben sind, liegen sie anfangs als noch unbestimmte Gesammtvorstellungen vor, zu deren Merkmalen man durch Zerlegung gelangt, indem man sich, nach §. 36, durch Urtheile derselben allmälig bewußt wird. Dann kann die aus der Zusammenfassung dieser Merkmale hervorgehende Definition eine *analytische* genannt werden, indem der Begriff als Ganzes das Erste und die Angabe seiner Theile das Zweite ist. Gemachte Begriffe dagegen werden als Ganze aus ihren Merkmalen als Theilen zusammengesetzt und also durch die Definition, die jetzt eine *synthetische* heißen kann, erzeugt. Sie heißt noch überdies eine *genetische*, wenn die Art der Zusammensetzung des Begriffs darin so ausgedrückt ist, daß daraus zugleich die Gültigkeit (Realität) desselben erhellt. Nur bei synthetischen Definitionen läßt sich die Forderung der Vollständigkeit erfüllen, weil hier der Name zur Sache kommt. Dagegen kann man sich bei analytischen Definitionen der Vollzähligkeit der Merkmale nie gewiß versichert halten, indem, nach psychologischen Gesetzen, die zu definirende Gesammtvorstellung sich als *stetiges* Ganze darstellt. Statt der wahrhaft analytischen Definition muß daher eine mehr oder weniger vollkommene Annä-

herung genügen, welche die **Erörterung** (Exposition) des Begriffs genannt wird.

In den sämmtlichen Gebieten der Construction sind synthetische Erklärungen möglich; daher in der Mathematik, den mechanischen Künsten, bei allen neuen Erfindungen, seyen sie empirischer oder speculativer Art, in positiven Wissenschaften, wo die Terminologie mit Willkür festgesetzt werden kann. Ueberall dagegen in der innern wie der äußern Erfahrung, wo es sich um die Auffassung gegebener Gegenstände oder Zustände handelt, sind nur analytische Definitionen denkbar. Die Schwierigkeit einer vollzähligen Angabe der Merkmale ist hier eine bekannte Thatsache, die uns schon bei den alltäglichsten Begriffen begegnet.

Was die gemachten Begriffe betrifft, so würde es jedoch ein großer Irrthum seyn, wenn man meinte, sie ließen sich nach Belieben erzeugen. Vielmehr ist ihre Bildung jederzeit an gewisse Bedingungen gebunden, jedenfalls wenigstens, wenn sie Gültigkeit besitzen sollen. In der Mathematik dienen zur Rechtfertigung ihrer Zusammensetzungen die Constructionen; durch diese schützt sie sich vor leeren bedeutungslosen Fictionen, von denen dagegen die Philosophie häufig genug heimgesucht worden ist, indem man es versäumte zu untersuchen, ob die zugemutheten Abstractionen und Determinationen auch denkbar seyen. Die Vorsicht, mit der hier Herbart's Metaphysik zu Werke geht, ist daher eine der vorzüglichen Eigenschaften, durch welche ihr der Stempel exacter Forschung aufgedrückt wird.

§. 103.

Durch eine Definition im Sinne der vorhergehenden §§. wird keineswegs immer der Zweck derselben, Verdeutlichung der Begriffe, genügend erreicht, indem es oft das Ansehen hat, als werde der Begriff durch die Definition dunkler. Der Grund hiervon liegt in der Verschiedenheit des logischen und psychologischen Ursprungs unserer Begriffe. Bei weitem die wenigsten sind einer genetischen Definition zugänglich; die unvergleichbar große Mehrzahl ist als Vorstellung (§. 11 Anmerk.) durch unwillkürliche und unbewußte Abstraction von

denjenigen Vorstellungen entstanden, die als Begriffe betrachtet in ihrem Umfange, also unter ihr liegen. In allen diesen Fällen **beruht der Inhalt eines Begriffs auf seinem Umfange**, und es wird daher derselbe dann am deutlichsten, wenn man, von den Begriffen des Umfangs ausgehend, ihre Artunterschiede durch Abstraction entfernt. Mit Beziehung auf §. 43 kann man dies die **inductorische** Verdeutlichung der Begriffe nennen. Es ist hierbei zu bemerken, daß unsre unwillkürliche psychische Thätigkeit selbst zu einfachen Vorstellungen Geschlechtsbegriffe bildet, ohne daß sich dabei die abgesonderten Artunterschiede angeben ließen, die also gleichsam unendlich klein sind. Dies ist der Grund, warum selbst versucht werden kann, von **einfachen** Vorstellungen Definitionen zu geben, und nur der Begriff des Etwas, der keine Gattung mehr über sich hat, für absolut indefinibel gelten muß.

Gegen die im vorstehenden §. enthaltene Warnung vor Zuvieldefiniren wird im wissenschaftlichen Vortrage äußerst häufig gefehlt, unter andern auch in der Mathematik, zumal in vielen neueren Versuchen, diese Wissenschaft philosophisch zu begründen. Wo ein systematisches Kunstwerk aufgestellt werden soll, mag es allenfalls gleichgültig seyn, wenn das Einfache aus Abstractionen definirt werden soll, deren Verständniß eigentlich auf jenem beruht. In Lehrbüchern aber, die allerdings den psychischen Ursprung der Begriffe zu beachten Ursache haben, ist jene Manier vom schädlichsten Einfluß. Dreiecke, Vierecke, Kreise sind Figuren, die Figur definirt Euklid als ein von einer oder mehreren Grenzen Eingeschlossenes; die Grenze als das Aeußerste eines Dinges. Trotz der logischen Richtigkeit dieser Unterordnung ist aber für den didaktischen Zweck nicht zu vergessen, daß, wer kein Dreieck, Viereck u. s. w. kennt (anschaulich oder durch die genetische Definition durch Verbindung von Puncten durch Gerade), aus dem Begriffe der Figur und der Zahlen drei, vier u. s. w. davon keine Vorstellung erhalten wird, und daß eben so zu bezweifeln ist, ob, wer nicht weiß, was eine Figur ist, besser

verstehen werde, was Grenze sey, und dadurch zum Begriffe der Figur gelangen könne u. s. w. —

Expositionen z. B. der Begriffe des Schönen, des Lächerlichen u. dgl. kommen in der Regel durch solche inductorische Verdeutlichung, wie sie der §. erwähnt, zu Stande.

Zu Erläuterung des letzten Theils des §.'s muß man sich an die Continuen unserer sinnlichen einfachen Vorstellungen erinnern: an die unmerklichen Uebergänge der Töne in einander, das Farbenspectrum u. s. w.

Endlich erhellt hier noch, daß der Inhalt eines Begriffs auf vierfache Weise gegeben werden kann: 1) durch sich selbst, wenn er einfach, 2) durch den Inhalt andrer, wenn er zusammengesetzt; 3) durch seinen Umfang, wenn er abstrahirt ist; woraus von selbst folgt, daß er auch 4) durch den Umfang andrer gegeben seyn kann.

§. 104.

Ueberall wo sich ein Begriff nicht verdeutlichen und also keine Sacherklärung von ihm geben läßt, kann wenigstens verlangt werden, daß er klar gemacht werde. Dies geschieht in der Namenerklärung (Nominaldefinition). Durch sie soll der Begriff nie gegeben werden, sondern er wird stets als bekannt vorausgesetzt, und ihre Bestimmung ist nur, ihn von andren zu unterscheiden, mit denen er in der gleichen Reihe theils der Unterordnung, theils der Beiordnung liegt. Daher fällt hier der Unterschied analytischer und synthetischer Definitionen (§. 102) hinweg, indem die Namenerklärung immer analytisch ist (also auch genetische Namenerklärungen unmöglich sind); ihre Form ist dieselbe wie die der Sacherklärungen, nur die Vollständigkeit der Merkmale ist bei ihr nicht erforderlich, sondern es gnügt die Angabe einiger ursprünglicher, insbesondre der dem Begriffe vor andern eigenthümlichen (charakteristischen) Merkmale. Hiernach ist die Namenerklärung eines Begriffs, der einer Sacherklärung fähig ist, ein Anfang zu der letzteren, eine Erörterung (§. 102). Auch der Gebrauch negativer Bestimmungen ist bei der Namenerklärung

erlaubt, da sie durch Ausschließung des Coordinirten gar wohl zur Unterscheidung dienen können. Auch können nur mit ihrer Hülfe Namenerklärungen einfacher Begriffe gegeben werden. — Von beiden Arten der Erklärungen zu unterscheiden ist die Beschreibung (Declaration). Sie ist keine logisch systematische Form, denn sie dient nicht sowohl zur Begriffsbestimmung, als zur Bildung der Vorstellung eines Gegenstandes und faßt daher nicht blos eigentliche Merkmale seines Begriffs, sondern auch Eigenschaften, so wie Beziehungen des Gegenstandes zu andren und zum Beobachter auf.

Häufig scheint in der Mathematik übersehen worden zu seyn, daß ihre einfachen Begriffe so wenig wie die andrer Wissenschaften einer Realdefinition fähig sind. Man hat sich daher viele unfruchtbare Mühe mit der Definition von Elementarbegriffen, wie die der Richtung, der Geraden, des Winkels, der Parallelen, der Einheit, der Zahl u. s. w. gegeben, wo man mit Nominaldefinitionen hätte zufrieden seyn sollen. — Bei zusammengesetzten Begriffen sind Namenerklärungen jederzeit erst der Anfang einer Untersuchung, denn sie sondern nur den Begriff von andren heraus, entscheiden aber über seine Gültigkeit nicht das Mindeste. Dies übersehen zu haben, gehörte zu den gröbsten Fehlern der Wolff'schen Philosophie, die deshalb zur trivialsten Oberflächlichkeit führte. Aber auch die heutige Philosophie ist noch nicht frei von solchen Vorwürfen. Wer z. B. das Ich als die Identität des Subjects und Objects definirt, der hat zwar das Charakteristische dieses Begriffs richtig bestimmt, besitzt aber damit an wahrem Wissen noch sehr wenig: denn er hat noch nicht einmal bemerkt, daß diese Bestimmung einen Widerspruch enthält; noch weit entfernter aber ist er von der Construction, durch welche dieser Begriff auf eine denkbare Weise von Neuem erzeugt werden muß. S. Herbart's Psychologie. Bd. I. S. 85 ff.

II. Von den Eintheilungen.

§. 105.

Das in den §§. 97 bis 104 Vorgetragene betraf die systematische Bestimmung des Inhalts der Begriffe; es bleibt jetzt noch diejenige des Umfangs zu erörtern übrig. Hierbei lassen sich die Hauptforderungen aufstellen, daß der Umfang der Begriffe **geordnet** und möglichst **vollständig** dargestellt werde. Betreffend das erstere, so müssen die im Umfange liegenden Begriffe nach den Verhältnissen ihrer Unterordnung und Beiordnung in Reihen geordnet seyn; hinsichtlich des zweiten aber wird die Forderung der Vollständigkeit sich theils auf die Gliederzahl der einzelnen Reihen, theils auf die Anzahl dieser Reihen selbst beziehen. Hieraus entsteht also die Aufgabe: den Umfang eines vorgelegten Begriffs durch vollständige Reihen einander unter- und beigeordneter Begriffe zu bestimmen. Die systematische Form, durch welche dies geschieht, heißt die **Eintheilung** (Division) des vorgelegten Begriffs; dieser selbst das **eingetheilte Ganze** (totum divisum), die einander beigeordneten Begriffe, welche eine ihm untergeordnete Reihe bilden, die **Glieder** der Eintheilung (membra dividentia). Nach der Anzahl dieser Glieder heißt die Eintheilung eine **Dichotomie**, **Trichotomie** u. s. w. **Polytomie**. Der Form des logischen Ausdrucks nach ist die Eintheilung ein disjunctives Urtheil, dessen Subject das eingetheilte Ganze ist, dessen Prädicat aber durch die disjuncte Reihe der Glieder dargestellt wird.

Der Sprachgebrauch drückt bei der Eintheilung jedoch die Disjunction nicht durch „entweder — oder," sondern durch „theils — theils" aus, um damit die Vollständigkeit der Reihe zu bezeichnen. — Will man den Begriff der Deut-

lichkeit (§. 97) auch auf den Umfang übertragen, indem man allgemein als Bedingung der Deutlichkeit Kenntniß der Theile eines Ganzen angiebt, so läßt sich von der Eintheilung auch rühmen, daß sie den Umfang verdeutliche.

§. 106.

Der einfachste Fall der Eintheilung ist der, wo der Inhalt des vorgelegten Begriffs auf seinem Umfange beruht und also durch diesen gegeben ist (§. 103). Hier ist der ganze Umfang eine einzige Reihe, Umfang und Eintheilung fallen also dann mit einander zusammen, oder, genauer genommen, es giebt keine eigentliche Eintheilung, da hier die Theile des Umfangs nicht erst gefunden werden müssen, sondern vor dem Ganzen gegeben sind. Eine solche uneigentliche Eintheilung mag indeß eine synthetische heißen. Es bleibt hierbei nur die Untersuchung der Richtigkeit und Vollständigkeit der gegebenen Reihe übrig. Die erstere erfordert, wegen des disjunctiven Verhältnisses der Begriffe, daß jedes Glied mit jedem andern im conträren Gegensatze stehe (§. 27), mithin (§. 40. 41) jedes allgemein verneinende Urtheil, in dem man ein Glied der Reihe zum Subject und irgend ein andres zum Prädicat gemacht hat, gelte, sein Gegentheil aber, das aus denselben Begriffen gebildete besonders bejahende Urtheil (§. 47), nicht gelte, widersprechend sey. Zur Beurtheilung der Vollständigkeit aber ist zu untersuchen, ob weder irgendwo in der Reihe sich noch ein neues Glied einschalten lasse, noch die Reihe, wie sie vorliegt, einer Verlängerung fähig sey.

Bei der Untersuchung über die Vollständigkeit der Eintheilung (die am schwierigsten zu erfüllende Erforderniß der Eintheilung) wird man vor Allem den Charakter einer Reihenform überhaupt festzuhalten haben, der darin besteht, daß das Verhältniß je zweier benachbarter Glieder in allen Theilen der Reihe sich gleich ist und sich also als Element der Reihe überall wiederholt. Vollständig wird die Reihe seyn, wenn sich dieses Element weder irgendwo noch einmal einschalten,

noch am Ende der Reihe weiter ansetzen läßt. Diesen Charakter trägt nun auch jede Reihe von im Umfange eines höheren Begriffs einander beigeordneten Begriffen (§. 27). Es ist jedoch in dem Falle, den der §. betrachtet, meistens weder nöthig noch möglich, auf die logische Analyse der einzelnen Glieder einzugehen, weil sie (§. 103), nicht selten nur durch verschwindende Artunterschiede gesondert, in einander überfließen, und dann die Gewähr ihrer Vollständigkeit anschaulich vorliegt; z. B. bei den Reihen der Farben, Töne, Zahlen, Grade, Ordinaten, Richtungen u. s. f.

§. 107.

Für alle übrigen Begriffe, die nicht den eben bezeichneten Ursprung haben, muß die Eintheilung erst gefunden werden, und dann ist sie die eigentliche oder analytische Eintheilung. Hierzu dient der Eintheilungsgrund (fundamentum divisionis), ein Begriff, dessen Inhalt entweder auf seinem Umfange beruhen oder der bereits selbst analytisch eingetheilt seyn, übrigens aber ein wesentliches Merkmal (§. 98) des Eintheilungsganzen seyn muß. Häufig kann man nicht von seiner ganzen Eintheilung Gebrauch machen, indem immer nur diejenigen Glieder beizubehalten sind, die sich als Merkmale auf das Eintheilungsganze beziehen lassen. Der Vortheil, den der Eintheilungsgrund gewährt, besteht theils darin, daß sein Umfang unmittelbar gegeben ist, theils aber auch darin, daß durch seine Verbindung mit dem Eintheilungsganzen immer ein niedrigerer Begriff als dieser gebildet wird, dessen Umfang also (§. 20) kleiner, mithin, auch wenn die Eintheilung des Eintheilungsgrundes nicht gegeben seyn sollte, leichter übersehbar ist als der des Eintheilungsganzen.

Theilt man die Völkerstämme nach ihrer Hautfarbe ein, so kann man weder die ganze Eintheilung des Begriffs Farbe, noch selbst des Begriffs Hautfarbe, sondern diese letztere nur so weit brauchen, als sie menschliche ist. Uebersieht man dies, so erhält man leere Eintheilungslieder, obwohl in Fäl=

len, wo, wie hier, die Erfahrung entscheidet und also nur inductorische Allgemeinheit erreichbar ist, die Eintheilung immer nur als vorläufig geschlossen betrachtet werden muß.

In einem andern Sinne als hier und im vorigen §. spricht Lambert (log. u. philos. Abhandl. Bd. II. S. 2 f.) von analytischen und synthetischen Eintheilungen. Seine analytische Eintheilung ist Zerlegung des Begriffs in seine Merkmale, also Vorbereitung zur analytischen Definition.

§. 108.

Die Glieder einer Eintheilung lassen sich meistens wieder als Eintheilungsganze auffassen. Hieraus ergeben sich in Beziehung auf den anfänglich vorgelegten Begriff Untereintheilungen (subdivisiones), deren Inhalt niedrigere Begriffe bilden. Wählt man nicht für alle Eintheilungsglieder einen und denselben Eintheilungsgrund — was weder im Allgemeinen nothwendig, noch in vielen Fällen zweckmäßig ist — so kann es nur als zufällig angesehen werden, wenn die Untereintheilungen von Begriffen, die auf gleichen Stufen der Unterordnung unter den Hauptbegriff stehen, gleich viele Glieder haben. Die Vorliebe für symmetrische, strahlenartig vom Hauptbegriff auslaufende Untereintheilungen ist daher als ein unhaltbares Vorurtheil zu verwerfen, das zugleich schädlich werden kann, wenn es veranlaßt, wesentliche Eintheilungsglieder zu übersehen oder bedeutungslose aufzunehmen. Ein nicht weniger verwerfliches Vorurtheil ist es, den dichotomischen Eintheilungen und Untereintheilungen vor den polytomischen den Vorzug zu geben. Jede Polytomie läßt sich zwar in eine Folge von Dichotomien zerlegen, auch ist dies, wie bereits in §. 106 angedeutet, oft das einzige Mittel, sich ihrer Vollständigkeit versichert zu halten; hat aber das negative Glied einer Dichotomie keine positive Bedeutung, so ist die ganze Eintheilung leer und nur dem Namen nach vorhanden. Eben so wenig Anspruch auf Bevorzugung haben die (seit Fichte) so hoch gehaltenen Trichotomien.

Vgl. §. 95 Anm. und die daselbst angeführten Stellen. Die Eintheilung der ebenen Winkel in spitze, rechte und stumpfe kann, in dieser Ordnung, als Trichotomie gelten und dann aus der Anschauung, etwa durch Drehung des einen Schenkels, abgeleitet werden. Geht man dagegen mit Euklides von dem Verhältniß zweier Nebenwinkel aus, so entstehen zuerst gleiche (rechte) und ungleiche (schiefe), welche letztere, abermals eingetheilt, nun in spitze und stumpfe zerfallen. Auf diese Art ist man zu der Reihe durch eine dichotomische Haupt- und eine dichotomische Untereintheilung gelangt. — Logische Zergliederung von Linne's System des Pflanzenreichs. — Eintheilung der Willensverhältnisse bei Herbart (Encyklop. S 251), eine Probe einer wahrhaft vollständigen Eintheilung eines philosophischen Begriffs.

§. 109.

Vermöge der Erklärung des Eintheilungsgrundes (§. 107) versteht es sich von selbst, daß ein und derselbe Begriff mehrere Eintheilungsgründe haben kann. Welcher in jedem besondern Falle, wo nicht der ganze Umfang des Begriffs verlangt wird, zu wählen ist, darüber entscheidet nur der jedesmalige Zweck der Eintheilung, nicht die Logik. In sofern man durch die Eintheilung zu den vorzugsweise eigenthümlichen Arten des Hauptbegriffs zu gelangen beabsichtigt, verdient im Allgemeinen ein möglichst charakteristisches Merkmal vor einem weniger individuellen als Eintheilungsgrund den Vorzug; daher G e m e i n b e g r i f f e (communes notiones, Kategorien) zu Eintheilungsgründen wenig taugen. Sind die verschiedenen Eintheilungsgründe, die man wählt, disparate Begriffe, so können die zugehörigen Eintheilungen n e b e n einander bestehen, ohne daß eine die andere ganz oder theilweise enthielte. Man erhält dann N e b e n e i n t h e i l u n g e n (codivisiones).

Ueber die Trivialität des leistenmäßigen Eintheilens nach Kategorien oder andern zum Voraus bestimmten Normen.

§. 110.

Die **vollständige** Bestimmung des Umfangs eines Begriffs wird weder durch seine sämmtlichen Untereintheilungen noch durch die Gesammtheit seiner Nebeneintheilungen erschöpfend erreicht, sondern erst dann erhalten, wenn man diese letzteren auf einander bezieht, d. i. die Glieder der ersten Eintheilung nach dem zweiten Eintheilungsgrunde und seiner Reihe eintheilt, auf die hieraus hervorgehenden Unterarten eben so weiter den dritten Eintheilungsgrund anwendet u. s. f. Oder deutlicher: Man erhält die sämmtlichen Reihen untergeordneter Begriffe, wenn man jedes Glied jeder Nebeneintheilung durch jedes jeder andern Nebeneintheilung determinirt, zu den so erhaltenen Verbindungen von je zwei Begriffen nach und nach wieder jedes Glied aller der Eintheilungen beifügt, aus denen die Elemente der Verbindung nicht genommen sind u. s. f. Die hierdurch sich ergebende regelmäßige Tafel von Begriffen heißt eine **Classification**. Um durch möglichst wenig allgemeine Begriffe eine große Mannichfaltigkeit niedrigerer geordnet zu übersehen und so für jeden Gebrauch zu beherrschen, sind bei der Bildung der Classificationen diejenigen Eintheilungen, welche die wenigsten Glieder haben, an die Spitze zu stellen.

Um die Lehre von der Classification hat sich Herbart verdient gemacht (s. Hauptp. der Metaphys. S. 108 u. Lehrb. zur Einleit. S. 64 ff.). Der Inhalt des vorstehenden §'s läßt sich bequemer und vollständiger in Zeichen abhandeln. S. Anhang IV.

§. 111.

Die Bildung von Classificationen kann auf doppelte Weise erfolgen, je nachdem man entweder von Einem Hauptbegriffe ausgeht und mittels der Gesammtheit der Unter- und Nebeneintheilungen auf die vorbeschriebene Weise zu seinen Arten

herabsteigt, oder je nachdem man, wenn die Arten gegeben sind, sie durch Definitionen in ihre Merkmale zerlegt und, nachdem dies geschehen, durch Abstraction zu ihren Gattungsbegriffen aufsteigt. Dieses letztere Verfahren ist für jedes Aggregat empirisch gegebener Begriffe vorzuziehen, weil es vor unpassenden Eintheilungsgründen und leeren Eintheilungsgliedern am sichersten bewahrt. Man kann die erstere Classificationsmethode die synthetische, die zweite die analytische nennen. Von beiden zu unterscheiden ist diejenige Classificationsweise, welche die combinatorische, im Gegensatz zu den beiden vorstehenden logischen, heißen kann. Bei ihr ist eine Folge verschiedener, aber nicht disjuncter, sondern einstimmiger Begriffe gegeben, die man successiv zu zweien, dreien u. s. w. verbindet, woraus man die ihnen untergeordneten Begriffsreihen erhält.

Bei der synthetischen Classification kann man sich nicht immer zum Voraus vor ungültigen Gliedern schützen, die aus der Verbindung der Nebeneintheilungen hervorgehen. Dies liegt außerhalb der blos logischen Beurtheilung, zeigt aber allerdings immer an, daß eine der Eintheilungen die ihr angemessene Grenze überschritten hat. Vgl. Anhang IV.

Die combinatorische Classification pflegt meistentheils in den Lehrbüchern der Logik ganz übergangen zu werden. Sie ist gleichwohl von nicht geringerer Wichtigkeit als die eigentlich logische im engeren Sinne. Wenn z. B. Linné's Classification der Pflanzen von der ersteren Art ist, so gründet sich Berzelius's System der Mineralogie ganz auf combinatorische Classification, von denen auch schon früher Bergmann und Fourcroy ähnlichen Gebrauch machten. Viele nützliche Bemerkungen, die hier einschlagen, finden sich in „Christl. Aug. Semler's Versuch über die combinatorische Methode, ein Beitrag zur angewandten Logik und allgemeinen Methodik. 2te Ausg. Dresden 1822."

§. 112.

Noch sind von den in den vorstehenden §§. behandelten

Eintheilungen oder Divisionen die **Zertheilungen** oder **Partitionen** der Begriffe zu unterscheiden. Wenn durch jene der Umfang eines Begriffs, durch die Definition der Inhalt in seine Theile zerlegt wird, so löst die Partition den Inhalt nicht in formaler Beziehnng, sondern in materialer (hinsichtlich des Besondern, was in ihm gedacht wird), also insofern er nicht eine strenge Einheit, sondern ein Mannichfaltiges darstellt, in seine **Bestandtheile** (partes integrantes) auf. Die Partition scheint hiernach nicht in die Logik zu gehören; allein da jeder dieser Bestandtheile doch auch wieder ein Begriff ist, so läßt sich nach dem Begriffsverhältniß derselben zu einander in dem Ganzen, das sie bilden, fragen. Dies ist weder das der Beiordnung im Inhalte, noch der im Umfange, sondern das der Einstimmung (§. 30, vgl. §. 28 Anm. u. §. 29), und mit demselben Rechte wie dieses Verhältniß gehört demnach auch die Partition in die Logik. Läßt sich also die Partition auf einen Begriff anwenden, so muß er eine solche Verbindung mehrerer Begriffe seyn, von der der Grund der Synthesis außerhalb der Logik liegt. — Größtentheils auf Partition, weit seltener auf Division, beruht auch die unter dem Namen der **Disposition** bekannte Anordnung der Betrachtungen über irgend einen gegebenen Stoff.

Durch die Division wird das Dreieck in gleichseitige, gleichschenklige und ungleichseitige, und in rechtwinklige, spitzwinklige und stumpfwinklige eingetheilt; die Partition zerlegt es in Seiten und Winkel; die Definition zerlegt den Begriff des Dreiecks in die Merkmale: Figur, geradlinig, drei. — Die Zerlegung des menschlichen Organismus in ein Knochen-, Muskel-, Gefäß-, Nerven-System u. s. w. ist eine Partition. Desgleichen jede mechanische oder chemische Theilung. Eben so sind die Eintheilungsgründe von Nebeneintheilungen Glieder einer Partition.

III. Von den Beweisen.

§. 113.

Begriffe liefern, wie schon oben (§. 97) bemerkt, in jeder Wissenschaft nur den Stoff zu den Erkenntnissen, aus deren Gesammtheit sie besteht. Die Erkenntnisse selbst kommen erst zu Stande durch Verknüpfungen von Begriffen in Urtheilen. Diese Verknüpfung rechtfertigt sich aber entweder unmittelbar, oder sie muß begründet werden. Das erstere kann nun entweder auf analytischem Wege, durch die Definitionen der verknüpften Begriffe geschehen, oder auf synthetischem, folglich außer dem Bereiche der Logik liegendem, nämlich durch Hinweisung auf die Erkenntnißquelle, welche die Begriffe ursprünglich verbindet. Die Begründung aber kann nur durch unmittelbare Folgerungen und Schlüsse geschehen, da (§. 70 Anm.) die Logik nur diese Art von Gründen kennt. Die systematische Form, durch welche sie dies leistet, heißt der Beweis (argumentatio, probatio). Seine Bestimmung ist also, den Erkenntnissen Zusammenhang zu geben, und auf ihm beruht die logische Lehre von der Methode, indeß sich Erklärungen und Eintheilungen auf die Principien beziehen.

§. 114.

Man unterscheidet im Beweis das Zuerweisende (die thesis im weiteren Sinne) und die Beweisgründe (argumenta), unter denen sich oft einer als Hauptbeweisgrund (nervus probandi, fundamentum probationis) auszeichnet. Die Beweisgründe können selbst wieder Beweise erfordern; alle Beweise müssen aber zuletzt auf unerweisbaren Sätzen beruhen, denen unmittelbare Gewißheit zukommt, und der

Beweis kann immer nur mittelbare Gewißheit geben. Er kann sich aber theils auf Urtheile, theils auf Begriffe beziehen. Zu beweisende Urtheile heißen Lehrsätze (theoremata); unmittelbar gewisse, und daher unbeweisbare, Grundsätze (axiomata); was sich aus beiden durch bloße unmittelbare Folgerungen ableiten läßt, sind Zusätze (corollaria). Begriffe zu beweisen, d. i. die Gültigkeit ihrer Zusammensetzung darzuthun, ist Sache der Aufgaben (problemata). Es bedarf dazu der unmittelbaren Anerkennung der Gültigkeit gewisser Grundbegriffe, die in den Forderungen (postulata) erfolgt. Durch Verbindung derselben und durch Benutzung bereits vorgetragener Aufgaben ergiebt sich die Zusammensetzung des Begriffs in der Auflösung (solutio). Daß aber diese Zusammensetzung der Definition des Begriffs entspricht, bedarf noch eines Beweises. Jede Aufgabe involvirt also eigentlich einen Lehrsatz.

Die Bedeutung der Aufgabe ist hier etwas anders als gewöhnlich aufgefaßt, aber, wie wir glauben, im tieferen Geiste der Euklideischen Geometrie, die für immer als Muster logischer Strenge voranleuchten wird. Denn in der That liegt in der Construction durch eine Aufgabe die solideste Rechtfertigung für einen geometrischen Begriff, und es ist eine sehr materielle Ansicht, wenn man meint, daß Constructionen nur der praktischen Hervorbringung des dem Begriffe entsprechenden Gegenstandes dienen. Nicht ohne Schaden der tieferen Gründlichkeit haben Legendre u. a. die Aufgaben von den Lehrsätzen getrennt und nur als einen Anhang zu diesen betrachtet. — Man unterscheidet übrigens in jeder Aufgabe Gegebenes und Gesuchtes; dieses finden bedeutet nichts andres als: aus seinem vorliegenden Zusammenhange mit dem Gegebenen die Bedingungen seiner Zusammensetzung aus dem letzteren ableiten. Vgl. d. Vfs. Probeschrift: Theoriae analyseos geometricae prolusio. Lips. 1824. §. 3 sqq. Der unmittelbaren Gewißheit eines Grundsatzes wird man sich häufig dadurch klarer bewußt, daß man die Unmöglichkeit seines Gegentheils unmittelbar erkennt und daraus, vermöge der Folgerung ad contradictoriam, die Richtigkeit des Grundsatzes selbst ableitet. Damit ist dieser noch keineswegs bewiesen (denn dann müßte die Unmöglich-

keit des Gegentheils mittelbar gewiß seyn), aber erläutert und bestätigt. Man könnte ein jedes Verfahren, wobei es nur darauf ankommt, sich unmittelbar auf etwas zu besinnen, eine Deduction, und dann die vorstehende Form einer solchen eine deductio ad absurdum (im engeren Sinne als den apagogischen Beweis §. 118) nennen.

§. 115.

Der Beweis ist demnach im Allgemeinen eine Verbindung von Schlüssen, deren Vordersätze die Beweisgründe und die aus ihnen zunächst gezogenen Schlüsse bilden, und deren letzter Schlußsatz das Zuerweisende ist. Sieht man von der ferneren Begründung der Vordersätze ab, so stellt sich der Beweis als Eine Schlußkette dar; zieht man aber auch diese in Erwägung, so erscheint er als eine Verzweigung von Schlußketten. Ein und derselbe Beweis kann also auf mehr als Eine Art ausgedrückt werden, je nachdem man mehr oder weniger auf die Beweise der Prämissen eingeht.

Der Schluß dieses §.'s lautet wie der des §. 99. Daß der Beweis und die Definitionen mancherlei Gemeinschaftliches haben müssen, läßt sich schon aus §. 113 zum Voraus übersehen. Die folgenden §§. werden dies weiter bestätigen.

Die Verzweigung der Schlußketten im Beweise, wenn er auf seine ersten Gründe zurückgeführt wird, ist im Anhang V. durch dasselbe geometrische Beispiel erläutert, dessen sich Fries (System d. Logik S. 283. 2te Ausg.) für den Sorites bedient; unsre Zergliederung geht jedoch noch etwas mehr ins Einzelne.

§. 116.

Da das Zuerweisende ein Urtheil ist (auch in der Aufgabe, da hier die Identität zwischen der gefundenen Auflösung und dem Gesuchten erwiesen werden muß), so kann es (nach §. 43) sowohl als der Ausdruck eines Inhalts- als eines Umfangsverhältnisses aufgefaßt werden. Hiernach ist auch der

Beweis entweder eine Rechtfertigung des im Lehrsatz aufgestellten Inhaltsverhältnisses durch eine Reihe von Mittelbegriffen oder eine Rechtfertigung des darin behaupteten Umfangsverhältnisses durch Zusammensetzung aus den Theilen der Umfänge der verknüpften Begriffe. Im ersteren Falle wird das Besondre (im Umfange) bestimmt durch das ihm übergeordnete Allgemeine (das Verhältniß der Begriffe selbst). Im letzteren Falle dagegen wird das Allgemeine bestimmt durch das ihm untergeordnete Besondre, die behauptete Quantität gerechtfertigt durch Aufzählung und Zusammenfassung der einzelnen Fälle, aus denen sie besteht. Hiernach zerfallen die Beweise in zwei Hauptclassen. Da nämlich der Uebergang vom Allgemeinen zum Besondern Progreß, der umgekehrte dagegen vom Besondern zum Allgemeinen Regreß genannt wird, so heißen Beweise, welche das Urtheil als Inhaltsverhältniß rechtfertigen, progressive, solche dagegen, die es als Umfangsverhältniß begründen, regressive.

§. 117.

Bleiben wir nun zunächst beim progressiven Beweis stehen, so muß, da das Zuerweisende ein Urtheil ist, in ihm Subject und Prädicat, oder, sofern es, wie in den meisten Fällen, zusammengesetzte hypothetische Form hat, Voraussetzung oder Bedingung (hypothesis, conditio) und Behauptung, Bedingtes (thesis im engern Sinne, conditionatum) unterschieden werden. Die Verknüpfung beider Begriffe oder Sätze mittels des Beweises kann nun auf doppelte Art geschehen, indem entweder die Voraussetzung zum ersten Untersatz gemacht und von dieser aus, von Prosyllogismen zu Episyllogismen übergehend, die Behauptung als letzter Schlußsatz erhalten wird, oder indem man umgekehrt mit der Behauptung anfängt und ihren Prämissen nachgeht, bis man,

von Episyllogismen zu Prosyllogismen zurückschreitend, endlich bei der Voraussetzung anlangt. Die erstere Form des Beweises heißt die synthetische, die letztere die analytische. Auch wird von manchen Logikern jene die progressive, diese die regressive Anordnung des Beweises genannt. Es ist klar, daß weder der Progreß noch der Regreß durch die ganze Schlußkette geführt zu werden braucht, sondern, daß beide auch irgendwo in der Mitte zusammentreffen können. Dies giebt die gemischte Beweisform.

Der rein analytische Beweis ignorirt die Voraussetzung, der synthetische die Behauptung, der gemischte keine von beiden. Daher drückt sich im analytischen, da er den Gründen nachspürt, die Erfindung des Beweises, in dem synthetischen dagegen, da er die Folgen gegebener Voraussetzungen entwickelt, mehr die Erfindung des Satzes selbst aus. Der gemischte hat keine von beiden Eigenschaften und verdient oft mehr den Namen einer Probe. — Der mathematische Sprachgebrauch ist in dem Begriffe vom analytischen und synthetischen Beweise von dem logischen abgewichen, indem ersterer mehr auf die Benutzung des Calculs, letzterer der Constructionen gedeutet wird, obgleich eben so oft Beweise durch Rechnung im logischen Sinne synthetisch, als constructive analytisch sind. Es ist von Nutzen dies zu wissen. Eine Aenderung des Sprachgebrauchs ist aber nicht mehr möglich. Man vergleiche hierüber des Verf. oben (§. 114 Anm.) angeführte Dissertation Kap. 1.

§. 118.

Die synthetische und die analytische Anordnung des progressiven Beweises dienen beide dazu, die Gültigkeit der behaupteten Verknüpfung auf geradem Wege (directe) zu beweisen. Daher heißen beide Beweisformen directe. Der directen steht die indirecte oder apagogische Beweisart (deductio ad absurdum) gegenüber, welche die Gültigkeit des Zuerweisenden aus der Ungültigkeit seines contradictorischen Gegentheils, vermöge der Folgerung ad contradictoriam (§. 49)

ableitet. Wofern also vom Gegentheil nicht unmittelbar einleuchtet, daß es widersprechend ist — was nur in einem analytischen Urtheil der Fall seyn kann — bedarf es der Nachweisung des Widerspruchs zwischen der Behauptung und der Voraussetzung oder irgend einem bewiesenen oder unmittelbar gewissen Satze, vermittels eines directen Beweises. Da hiernach der indirecte Beweis einen directen involvirt, übrigens aber, wenn das Gegentheil in mehrere Glieder zerfällt, auf der vollständigen Kenntniß dieser Glieder beruht, endlich er auch nur zeigt, daß und warum es nicht anders seyn kann, nicht aber, daß und warum es so ist, so steht er im Allgemeinem dem directen an Beweiskraft (vis probandi) nach.

In der Mathematik, besonders in der Geometrie, kommt der apagogische Beweis häufig bei der Umkehrung allgemein bejahender Sätze in Anwendung. Ueber die Bedingungen, unter welchen in diesem Falle ein besondrer Beweis des umgekehrten Satzes überflüssig ist, hat Hauber einen interessanten Satz aufgestellt, der im Anhang V. mitgetheilt und bewiesen ist.

§. 119.

Durch den am Ende des vorigen §. bemerklich gemachten Mangel des progressiven und indirecten Beweises ist derselbe einigermaßen mit dem regressiven Beweise verwandt. Indem dieser nämlich, wie schon im §. 116 bemerkt, das Zuerweisende durch Aufzählung der einzelnen Fälle seiner Gültigkeit und Zusammenfassung derselben zum Ganzen eines allgemeinen Urtheis erzeugt, beweist er nur, daß (ὅτι) es so ist, indeß der progressive stets den Beweis führt, warum (διότι) es so, oder wenigstens, warum es nicht anders ist. So wie im progressiven die zusammengesetzten hypothetischen Schlußformen (§. 88 und 89), so herrschen im regressiven die inductiven und disjunctiven (§. 92 und 93) vor. Der

regressive Beweis heißt daher auch der Beweis durch Induction (vgl. §. 43). Die hier genannte Induction ist aber die vollständige, bei welcher durch ein disjunctives oder conjunctives Urtheil für die Vollzähligkeit der Fälle Gewähr geleistet wird. Wo diese Ueberzeugung fehlt, ist, nach streng logischen Principien, durch den regressiven Beweis nur ein besondres Urtheil begründet.

Diese Induction ist daher nicht diejenige, welche die Naturforschung mit so großem Vortheil in Anwendung bringt, um die Gesetze der Natur zu errathen. Diese ist vielmehr eine unvollständige und besitzt nicht Gewißheit, sondern nur Wahrscheinlichkeit (vergl. §. 125) — Die Mathematik bedient sich nicht selten des Beweises durch Induction in Verbindung mit dem progressiven, indem sie durch jenen die verschiedenen Fälle aufzählt, die zusammengefaßt einen allgemeinen Satz geben, durch letzteren diese einzelnen Fälle beweist. Hierher gehören z. B. die Sätze Euklid I, 26; III, 20; 26; 33; 35 u. s. w.; solche Sätze, die für commensurable und incommensurable Verhältnisse bewiesen werden müssen; solche, in denen ganze und gebrochene, positive und negative, rationale und irrationale, reale und imaginäre Werthe zu unterscheiden sind, wie etwa im binomischen und polynomischen Lehrsatz, der Entwickelung der Potenzen von trigonometrischen Functionen in Reihen u. dgl. m. Beweise mit Hülfe der Induction pflegen zwar weitschweifiger zu seyn als rein progressive, aber, da sie auf Unterscheidung der einzelnen Fälle eingehen, auch größere Deutlichkeit zu gewähren. So ist z. B. der Beweis des binom. Lehrs. aus dem Taylor'schen oder sonst durch Differentialrechnung äußerst kurz; aber deutlicher und daher belehrender bleibt der combinatorische. — Was man gewöhnlich in der Mathematik Beweise durch Induction nennt, gehört unter §. 125. — Man könnte die progressive Beweisart mit der Zusammensetzung der Proportionen durch Multiplication vergleichen, wo die gleichen gleichnamigen Mittelglieder herausfallen, die regressive mit der Zusammensetzung der Proportionen durch Addition, wie sie in der Gesellschaftsrechnung in Anwendung kommt.

§. 120.

Wie bei der Definition, so ist auch beim Beweise vor Fehlern zu warnen, die ihn theils hinsichtlich des Zuerweisenden, theils hinsichtlich der Beweisgründe, theils in Beziehung auf seinen Zusammenhang treffen können.

1) Was das Zubeweisende betrifft, so hüte man sich

a) hinsichtlich seines Inhalts, denselben gänzlich zu verfehlen, etwas andres zu beweisen oder zu widerlegen, als was behauptet worden ist, etwas andres darzuthun, als was das Gegentheil des Behaupteten ist. Dieser Fehler heißt die ignoratio elenchi.

b) Hinsichtlich des Umfangs des Zubeweisenden beweise man weder zu wenig noch zu viel. Jenes geschieht, wenn der Schlußsatz des Beweises den Umfang der Thesis nicht erreicht; dieses wenn er über letzteren hinausgeht und Fälle befaßt, deren Ungültigkeit nachweisbar ist. Durch die Folgerung ad contradictoriam ergiebt sich dann auch die Ungültigkeit des Bewiesenen. — Im Allgemeinen heißt der Fehler jeder Differenz zwischen Bewiesenem und Zuerweisendem Heterozetesis (ἑτέρου ζήτησις).

§. 121.

2) Was die Fehlerhaftigkeit der Beweisgründe anbelangt, so besteht sie in deren Untauglichkeit zu Gründen und führt im Allgemeinen den Namen der petitio principii. Besondere Arten hiervon sind:

a) die petitio quaesiti, die statt hat, wenn, auf versteckte Art, das Zubeweisende selbst zu seinem eigenen Beweisgrunde gemacht (idem per idem bewiesen) wird.

b) Der Kreis im Beweisen (circulus in demonstrando) oder die Diallele (διάλληλος τρόπος), wobei ein Beweisgrund in Anwendung gebracht wird, dessen Beweis

nur erst mit Hülfe dessen, was durch ihn erwiesen werden soll, geführt werden kann.

c) Das ὕστερον πρότερον, welches dann statt findet, wenn als Beweisgrund ein Satz gebraucht wird, der einen zusammengesetzteren Beweis verlangt als das zu Erweisende, und dem daher vielmehr umgekehrt dieses zum Beweisgrunde dienen könnte.

§. 122.

Was 3) die Fehler gegen den logischen Zusammenhang betrifft, so ist besonders vor folgenden zweien zu warnen:

a) vor dem Sprunge im Schließen (saltus in concludendo) oder der Erschleichung, die dann statt hat, wenn irgendwo im Beweise ein Schluß gezogen wird, ohne daß derselbe durch die nöthigen Mittelbegriffe begründet ist. Die Erschleichung darf nicht mit der enthymematischen Schlußweise (§. 79 Anm.) verwechselt werden, obwohl durch Anwendung von dieser leicht der Mangel eines Mittelgliedes unbemerkt bleiben kann.

b) Man hüte sich vor dem Gebrauche falscher Mittelglieder (fallacia falsi medii). Hierher gehört insbesondre der fehlerhafte Gebrauch eines doppelten Mittelbegriffs im Schlusse, der sich häufig hinter Homonymie (gleicher Benennung verschiedener Begriffe), Synonymie (verschiedener Bedeutung derselben Benennung) und Amphibolie (Zweideutigkeit durch Wortstellung) versteckt.

Allgemein nennt man Schlüsse, welche in irgend einer Beziehung gegen logische Regeln verstoßen, Fehlschlüsse (paralogismi), und, wenn sie auf absichtliche Täuschung angelegt sind, Trugschlüsse (sophismata). In beiden Arten kann man bloße Wortspiele und Begriffsverwechselungen un-

terscheiden; eine vollständige Aufzählung derselben liegt aber außer der Erreichbarkeit.

Mit Sorgfalt findet man die wichtigsten Trugschlüsse aufgeführt und classificirt bei Fries (System der Logik §. 109), seine Kritik derselben bricht jedoch nicht selten dem Witze der Sophismen die Spitze ab.

§. 123.

Alle Gewißheit beruht zuletzt auf der unmittelbaren oder mittelbaren Nachweisung der Einerleiheit oder des Widerspruchs, wie sie im bejahenden und verneinenden Urtheile behauptet werden. Nach der bereits in §. 43 angegebenen doppelten Entstehungsweise des Urtheils aber kann diese Nachweisung sich sowohl auf den Inhalt als auf den Umfang der verknüpften Begriffe beziehen. Nur im systematischen Zusammenhange, und zwar vorzugsweise derjenigen Wissenschaften, welche zu ihren zusammengesetzten Begriffen auf synthetischem Wege gelangen, ist diese Forderung mit Vollständigkeit zu erreichen. Ueberall dagegen, wo der Inhalt eines Begriffs nicht vollständig gegeben ist, ist auch sein Umfang nicht scharf begrenzt. Wo daher die progressive Beweisart nicht anwendbar ist, da ist es auch nicht die regressive durch vollständige Induction. In den meisten Fällen des Lebens wie der Wissenschaft werden daher, nach streng logischen Gesetzen, nur besondre Urtheile zu Stande kommen; und da, ebenfalls nach streng logischen Gesetzen (§. 78, 5), aus blos besondern Urtheilen sich keine Schlüsse ziehen lassen, so wird nur in einem verhältnißmäßig sehr beschränkten Kreise von Erkenntnissen ein logisch gesetzmäßiger Fortschritt im Denken von Gründen zu Folgen möglich seyn.

§. 124.

Das Bedürfniß nach erweiterter Erkenntniß, durch die mannichfaltigsten Verhältnisse des Lebens vielfach angeregt, erlaubt nicht, in diesen engen Grenzen der logischen Gewißheit zu beharren, sondern treibt vielmehr zur Ueberschreitung derselben. Diese kann nun auf doppelte Art erfolgen. Entweder 1) man wagt es, wo nur logische Berechtigung zu einem besondern Urtheil, nicht aber Stoff zu einem besondern der entgegengesetzten Qualität gegeben ist, die Gültigkeit eines allgemeinen Urtheils derselben Qualität zu behaupten und durch Unterordnung unter dasselbe Schlüsse zu ziehen; oder 2) wenn Stoff zu zwei entgegengesetzten besondren Urtheilen gegeben ist, deren Quantitäten zusammengenommen den ganzen Umfang ihres Subjects erschöpfen, man wagt es, den einzelnen Fall einem dieser besondren Urtheile, gleichwie einem allgemeinen unterzuordnen, und so zu einem Schlusse zu gelangen. In beiden Fällen sind die gezogenen Schlüsse ungewiß, aber sie sind es nicht unter allen Umständen auf gleiche Weise. Je größer nämlich in beiden Fällen der Theil des Umfangs, der statt des Ganzen gesetzt wird, im Verhältniß zu letzterem, um so größer ist der Grad der Gewißheit des gezogenen Schlusses. Dieser Grad der Gewißheit heißt Wahrscheinlichkeit im weiteren Sinne. Er läßt sich im zweiten Falle immer durch einen angeblichen Bruch ausdrücken, dessen Zähler die Anzahl der Fälle, denen man unterordnet, und dessen Nenner die Anzahl der Fälle im ganzen möglichen Umfange ist. Der arithmetische Ausdruck der vollen Gewißheit ist hiernach immer = 1. Im ersteren Falle ist die Wahrscheinlichkeit zwar ein eben so zusammengesetzter Bruch, dessen Nenner jedoch meistens oder nie angeblich ist. Daher heißt die Wahrscheinlichkeit der ersten Art philosophische, der zweiten mathematische. Wahrscheinlichkeit

im engeren Sinne und im Gegensatz zur Unwahrscheinlichkeit heißt diejenige Wahrscheinlichkeit im weitern Sinne, deren Grad größer als ½ ist. Was den Grad ½ selbst hat, heißt zweifelhaft.

Es liegt schon im Begriffe der Anzahl, daß die zusammengezählten Fälle gleichartig, also coordinirt seyn müssen; daher stimmt die vorstehende Erklärung in ihrer logischen Abfassung mit der gewöhnlichen überein, wie sie an der Spitze der Wahrscheinlichkeitsrechnung (calculus probabilium) in realistischer Fassung zu stehen pflegt, nach der „die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses das Verhältniß der Anzahl der dem Eintreten desselben günstigen und gleichmöglichen Fälle zu der Anzahl der möglichen Fälle überhaupt" ist. Die Unangeblichkeit der Wahrscheinlichkeit im ersteren Falle hat schon Laplace in seinem Essai philosophique sur les probabilités, p. 208. édit. 3ème. angemerkt. In der Unterscheidung der philosophischen und mathematischen Wahrscheinlichkeit sind wir Fries gefolgt, dessen System der Logik im zweiten „angewandte Logik" betitelten Theile überhaupt viel Belehrendes enthält.

Auf den Unterschied der Gewißheit und bloßen Wahrscheinlichkeit bezieht sich auch der des Wissens und Meinens, so wie der Beweise ad veritatem (κατ' ἀλήθειαν) und ad hominem (κατ'. ἄνθρωπον), von denen die letzteren die bekannten Meinungen eines Andern zu Beweisgründen benutzen, unbekümmert, wie nahe oder fern sie der Gewißheit seyn mögen. Glauben, im logischen Sinne des Wortes, heißt: dasjenige, was an sich nur wahrscheinlich ist, aus irgend welchen Motiven für gewiß annehmen. In dieser Bestimmung treffen wir sehr nahe mit Fries zusammen.

§. 125.

Auf dem Begriffe der philosophischen Wahrscheinlichkeit beruhen nun hauptsächlich zwei Formen von Wahrscheinlichkeitsschlüssen, nämlich 1) der Schluß durch unvollständige Induction, und 2) der Schluß nach unvollständiger Analogie. Das Wesen des ersteren ist

im vorigen §. unter 1, unmittelbar ausgedrückt und kann auch so gefaßt werden: je mehr coordinirten Theilen des Umfangs eines Begriffs dasselbe Prädicat zukommt, um so wahrscheinlicher kommt es auch dem Ganzen zu. Der allgemeine Satz, der das Resultat dieser Induction ist, verliert sogleich seine Gültigkeit ganz und gar und entbehrt selbst des geringsten Grades der Wahrscheinlichkeit, sobald sich ein einziger Fall des Gegentheils als gültig nachweisen läßt. Dieser heißt dann eine Instanz (ein Einwand). — Auf die Unterordnung unter einen durch unvollständige Induction erhaltenen allgemeinen Satz bezieht sich der Wahrscheinlichkeitsschluß nach Analogie. Hat nämlich die Induction einen allgemeinen Satz aus einigen besondren abgeleitet, so folgt zwar mit voller logischer Gewißheit, daß außer diesen bekannten auch alle übrigen unbekannten Fälle den Bestimmungen des allgemeinen Satzes unterworfen sind; was aber zu diesen „übrigen" gehört, kann zweifelhaft seyn. Dies wird nun entschieden durch den Grundsatz: je mehr Merkmale ein Begriff mit andren coordinirten gemein hat, um so wahrscheinlicher steht er mit ihnen in dem gleichen Verhältniß der Unterordnung unter den gemeinschaftlichen Gattungsbegriff, und besitzt demnach auch die übrigen wesentlichen Merkmale des letzteren, unterscheidet sich aber von jenen einander coordinirten Begriffen nur durch eine specifische Differenz, die mit den specifischen Differenzen jener ein coordinirter Begriff ist. Je mehr gleiche Merkmale nämlich Begriffe haben, um so mehr Begriffe höherer Ordnung haben sie mit einander gemein, und um so geringer wird die mögliche Verschiedenheit in der Abstufung der Unterordung.

Fries sucht (Syst. d. Log. S. 466) das Eigenthümliche der Analogie in der bloßen Unterordnung unter inductorische Allgemeinheit. Diese aber gilt, wie im §. bemerkt, logisch streng, und so bliebe dem Wahrscheinlichkeitsschluß nach Ana-

logie gar nichts Eigenes übrig. Fries tadelt die Kant'sche Logik, weil sie die Schlußkraft der Analogie in der Uebereinstimmung vieler Merkmale von Begriffen derselben Gattung sucht. So gewiß nun dies in der That nicht ausreicht, so wenig scheint es doch übergangen werden zu dürfen. Wie unvollständige Induction in vollständige übergeht, ist von selbst klar. Aus unvollständiger Analogie aber wird vollständige, wenn die Coordination des zu bestimmenden, unter die allgemeine Regel zu ordnenden Begriffs mit denen, welche die Induction begründeten, mit Gewißheit gegeben ist. Von dieser Art ist die Analogie, nach welcher man in der Mathematik nach Aehnlichkeit mit einigen besondern Gliedern einer Entwickelung ein allgemeines zu bilden versucht. Die Unsicherheit dieser Bildung liegt dann nicht in der Analogie, sondern in der unvollständigen Induction, die häufig durch den sogenannten Beweis von n auf $n+1$ vervollständigt wird (s. Anhang V, 3). Es kommt hierbei noch darauf an, ob die Reihe der specifischen Differenzen ein bemerkliches Gesetz befolgt, wodurch dann die Bestimmung durch Analogie noch specieller wird. Im mathematischen Gebrauche ist dies in der Regel der Fall, im naturwissenschaftlichen nicht; daher sind hier die Schlüsse nach Analogie meistens vager und haben bekanntlich in Schelling's Naturphilosophie unter glänzender Hülle der Oberflächlichkeit gedient. Schließe ich z. B. aus der Rotation von Mercur, Venus, Erde, Jupiter, Saturn nach Analogie die des Uranus, so bleibt jedenfalls die Geschwindigkeit derselben so wie die Neigung der Drehungsaxe unbestimmt, weil über die Unterschiede beider die Induction kein Gesetz anzugeben weiß. — Die Proportionen der Arithmetik, die bekanntlich ehemals Analogien hießen, sind, wie Fries richtig bemerkt, vollständige Analogien, bei strenger Allgemeinheit der Obersätze, also strenge logische Schlüsse. Die Gleichheit des Verhältnisses liegt in dem Exponenten desselben, der hier der gemeinschaftliche Gattungsbegriff ist, die specifische Differenz bei Proportionen aus unbenannten Zahlen in der Verschiedenheit der homologen Glieder, bei denen aus benannten auch noch in der Verschiedenheit der Benennungen. Hier ist die arithmetische Bestimmung mit einer logischen verbunden. Es giebt aber auch rein logische und doch vollkommen strenge Analogien oder Proportionen. Vgl. des Verf. Programm de calculo logico. Lips. 1827 p. 18. Große Mathematiker scheinen

hierauf schon aufmerksam geworden zu seyn, z. B. Klügel beim Vortrag einer Parallelentheorie (Mathemat. Wörterbuch III. 736) und Gauß bei der Darstellung seiner Ansicht von den imaginären Größen (Göttinger gelehrte Anzeigen. 1831. St. 64). Es ist dies eine unmittelbare Folge der allgemeinen Analogie zwischen Determination und Multiplication (§. 17), die wiederum selbst keine unvollständige Analogie ist, indem sich die Multiplication als besondrer Fall der Determination nachweisen läßt.

Laplace definirt die Analogie zu eng, indem er sie als den Schluß von der Aehnlichkeit der Ursachen auf die der Wirkungen und umgekehrt erklärt (essai philos. sur les probab. p. 203). Dies ist nur ein besondrer Fall der allgemeinen Analogie, so wie die Hypothese ein besondrer Fall der Induction ist. Uebrigens finden sich an dem so eben angeführten Orte die belehrendsten und interessantesten Beispiele von gelungenen und mißlungenen Inductionen und Analogien. — Den letzten Punct des §. erläutert weiter Anhang V, 4.

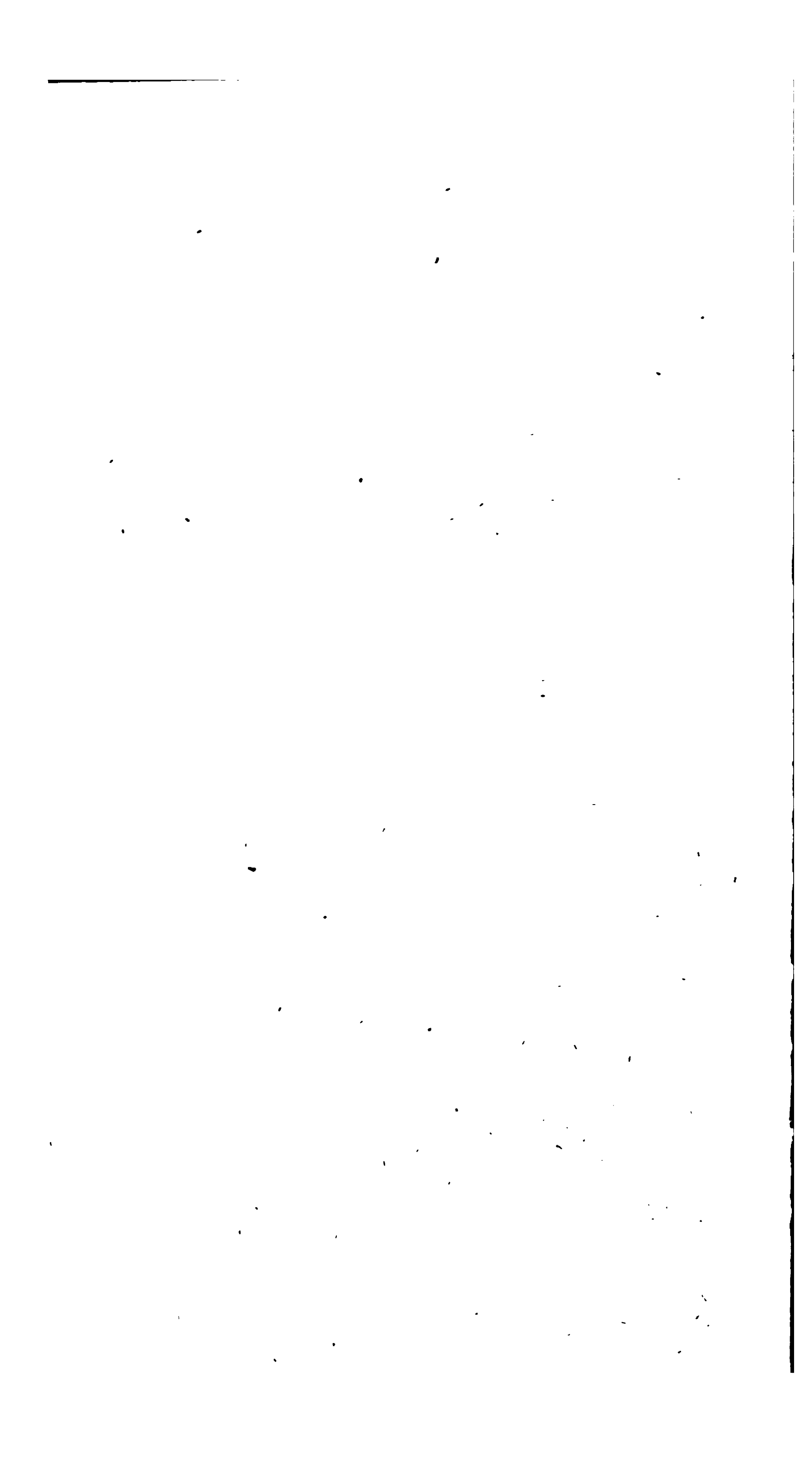
§. 126.

Alles was unter den Begriff der philosophischen oder mathematischen Wahrscheinlichkeit fällt, gehört, genau genommen, nicht mehr zur Logik: denn es überschreitet deren Gesetze. Natürlich aber darf sich kein Wissen, das auf Wahrheit Anspruch macht, den logischen Gesetzen entziehen. Jene Ueberschreitung geschieht daher nur in der Erwartung einer späteren Bestätigung oder Widerlegung durch streng logische Beweise, die dabei immer unentbehrlich bleiben. Unvollständige Induction und Analogie sind daher nur heuristische Methoden, durch welche man dem langsamen Gange bündiger Schlüsse aus zureichenden Prämissen, in Ermangelung der letzteren, voranzueilen sucht, nicht aber constitutive, systematische, welche dem glücklich Errathenen erst seine feste wissenschaftliche Begründung geben. Durch welche Begünstigungen des Zufalls oder der Umstände, durch welche Kunst-

griffe und Eingebungen des Genies sich auch immer zusammengehörige Erkenntnisse von größter Wahrscheinlichkeit zusammengefunden haben mögen, so wird es doch überall, wo es nicht blos auf die todte Auffassung immer nur vereinzelt dastehender Thatsachen, sondern auf deren Begreiflichkeit, Zusammenfassung und Vervollständigung ankommt, nöthig seyn, sich nach einer Theorie derselben aus allgemeinen Begriffen und Grundsätzen umzusehen. Eine solche ist aber immer nur durch streng logische Systeme von Erklärungen, Eintheilungen und Beweisen möglich.

Kepler fand seine berühmten Gesetze des Planetenlaufs nur durch unvollständige Induction; Newton war es vorbehalten, sie aus der Theorie der allgemeinen Schwere, deren Princip jedoch selbst wieder durch Induction gefunden wurde, zu beweisen. In diesem Gange der Untersuchung ist die Astronomie für alle andren Naturwissenschaften Vorbild geworden.

Logisch-mathematischer Anhang.



I. Zur Lehre von der Unterordnung der Begriffe.

1. **Aufgabe.** Die Anzahl der Begriffe zu bestimmen, denen ein aus m Merkmalen zusammengesetzter Begriff untergeordnet werden kann.

Auflösung. Da, nach §. 16, die Ordnung der Merkmale nicht willkürlich verändert werden darf, so ist 1) die Anzahl der nächsthöheren Begriffe $= m$, denn jedes Merkmal kann der Reihe nach aus dem gegebenen Begriffe hinweggelassen werden. 2) Die Zahl der höheren Begriffe 2ter Ordnung ist so groß als auf wievielerlei Art zwei Merkmale aus dem Begriffe entfernt werden können, also $= \frac{m(m-1)}{1\,.\,2}$. 3) Eben so findet sich die Anzahl der höheren Begriffe Begriffe 3ter Ordnung gleich der Zahl, welche angiebt, auf wievielerlei Art drei Merkmale sich aus dem gegebenen Begriffe abstrahiren lassen, d. i. $= \frac{m(m-1)\,(m-2)}{1\,.\,2\,.\,3}$. Fährt man in dieser Betrachtungsweise fort, so findet sich 4) allgemein, für die höheren Begriffe der nten Ordnung, wo $n \leqq m$, die Anzahl $\frac{m(m-1)\,(m-2)\ldots(m-n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\ldots.\,n}$. Diese Zahlen bis $n = m$ summirt ist also die Gesammtanzahl

$$= \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1\,.\,2} + \ldots + \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1\,.\,2\ldots\ldots n} + \ldots + \frac{m}{1} + 1$$
$$= 2^m - 1.$$

Beispiel. Der gegebene Begriff sey bezeichnet durch $\alpha\beta\gamma\delta$ und habe also vier Merkmale, so ist also $m=4$, und demnach $2^m - 1 = 15$. In der That finden sich folgende höhere Begriffe

der 1sten Ordnung: $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\delta$, $\alpha\gamma\delta$, $\beta\gamma\delta$,
der 2ten Ordnung: $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\gamma\delta$,
der 3ten Ordnung: α, β, γ, δ,
der 4ten Ordnung: der Begriff Etwas.

2. Aufgabe. Die Anzahl der zwischen einem gegebenen Begriffe von m Merkmalen und irgend einem dieser Merkmale möglichen Reihen einander untergeordneter Begriffe zu bestimmen.

Auflösung. 1) Vom gegebenen Begriffe zu der Classe der nächsthöheren ist die Anzahl der möglichen Uebergänge offenbar $= m$. 2) Von jedem der Begriffe dieser Classe, die nun nur noch $m-1$ Merkmale haben, zu der Classe der höheren Begriffe der 2ten Ordnung ist die Anzahl der Uebergänge eben so $= m-1$; also die Anzahl der möglichen Uebergänge vom gegebenen Begriffe zu den höheren der 2ten Ordnung $= m(m-1)$. 3) Jeder Begriff dieser Ordnung hat noch $m-2$ Merkmale, daher giebt es von einem solchen auch $m-2$ Uebergänge zu der Classe der höheren Begriffe 3ter Ordnung und $m(m-1)(m-2)$ Uebergänge zu ebenderselben vom gegebenen Begriffe aus. 4) Allgemein findet sich durch Fortsetzung dieser Betrachtungsweise die Anzahl der Uebergänge vom gegebenen Begriff aus bis zur Classe der höheren Begriffe der nten Ordnung, wo $n \leqq m$,

$$= m(m-1)(m-2)\ldots\ldots(m-n+1).$$

Setzt man nun $n=m-1$, so ist die Anzahl der Uebergänge vom gegebenen Begriff bis zu einem seiner Merkmale gegeben, und diese Anzahl also $= m(m-1)(m-2)\ldots 3.2$. Setzt man $n=m$, so verändert sich diese Anzahl nicht; sie bedeutet dann diejenige der Reihen zwischen dem gegebenen Begriffe und dem des Etwas. Dasselbe Resultat erhält man, wenn man die Anzahl der Uebergänge untersucht, die, von den höchsten Begriffen zum gegebenen herabsteigend, möglich sind.

Beispiel. Der gegebene Begriff habe wieder die 4 Merkmale α, β, γ, δ. Bezeichnen wir nun durch 1, 2, 3, 4, 5, 6, die Stelle eines jeden Begriffs in seiner Ordnung, durch die Rangordnung aber, in der wir diese Ziffern schreiben, die Ordnung, welcher die ihnen entsprechenden Begriffe angehören (so daß z. B. 1111 die Begriffsreihe $\alpha\beta\gamma\delta$, $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta$, α bedeutet), und lassen zur Abkürzung den Begriff selbst, welcher allen Begriffsreihen gemein ist, hinweg (so daß nun z. B. 123 die Reihe $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\gamma$, γ bedeutet), so ergeben sich, wenn man die Regel befolgt, immer die durch die spätesten Buchstaben bezeichneten Merkmale zuerst zu abstrahiren, folgende 24 Begriffsreihen:

111	211	321	442
112	212	323	443
121	231	331	452
123	234	334	454
142	252	363	463
143	254	364	464

Bildet man umgekehrt diese Reihen durch Determination, und befolgt dabei die Regel, jeden Begriff zuerst durch dasjenige Merkmal zu determiniren, welches durch den frühsten Buchstaben bezeichnet wird, und bemerkt, daß nun die Rangordnung der Ziffern die umgekehrte Bedeutung hat (nämlich in der ersten Stelle die höchsten, in der letzten die nächst höheren Begriffe zum gegebenen stehen), so ergiebt sich folgende Zusammenstellung, deren Einerleiheit mit der vorigen leicht erkennbar ist:

111	211	321	432
112	212	323	433
121	241	341	452
123	244	344	454
132	252	363	463
133	254	364	464.

3. In (2) zeigte sich, daß die Anzahl der Reihen, die zwischen dem gegebenen Begriffe und der Classe höherer Begriffe der nten Ordnung möglich sind,

$$= m(m-1)(m-2)\ldots.(m-n+1)$$

ist. Verschieden von dieser Untersuchung ist folgende.

Aufgabe. Die Anzahl der zwischen dem gegebenen und einem bestimmten höheren Begriffe der nten Ordnung möglichen Reihen aufzufinden.

Auflösung. Jeder Begriff der nten Ordnung hat, wenn der gegebene aus m Merkmalen zusammengesetzt war, m — n Merkmale. Um zu ihm zu gelangen, müssen also von jenem n Merkmale abstrahirt werden. Dies kann successiv auf so vielfache Art geschehen als auf wie vielerlei Art sich diese n Merkmale versetzen lassen; die gesuchte Zahl der möglichen Reihen ist also $= n(n-1)(n-2) \ldots 2 . 1$.

Beispiel. Es werde gefragt, auf wie vielerlei Art man vom Begriffe $\alpha\beta\gamma\delta$ zu seinem einfachen Merkmal α gelangen kann. Da hier $n = 3$, so giebt vorstehende Auflösung

$$n(n-1) \ldots 2 . 1 = 6.$$

In der That bildet man die Versetzungen der drei übrigen Merkmale β, γ, δ, so sind diese folgende 6:

$$\beta\gamma\delta,\ \beta\delta\gamma,\ \gamma\beta\delta,\ \gamma\delta\beta,\ \delta\beta\gamma,\ \delta\gamma\beta.$$

In dieser sechsfachen Ordnung kann man diese drei Merkmale aus $\alpha\beta\gamma\delta$ allmälig abstrahiren. Daher sind folgende 6 Uebergänge von $\alpha\beta\gamma\delta$ zu α möglich:

$$\alpha\gamma\delta,\ \alpha\delta;\quad \alpha\beta\delta,\ \alpha\delta;\quad \alpha\beta\gamma,\ \alpha\gamma;$$
$$\alpha\gamma\delta,\ \alpha\gamma;\quad \alpha\beta\delta,\ \alpha\beta;\quad \alpha\beta\gamma,\ \alpha\beta.$$

4. Aufgabe. Unter übrigens gleicher Voraussetzung wie in den vorigen Aufgaben, die Anzahl der Uebergänge von irgend einer Ordnung höherer Begriffe zur nächst höheren, so wie die Summe sämmtlicher Uebergänge von jeder Ordnung zur nächst höheren zu finden.

Auflösung. 1) In der nten Ordnung liegen

$$\frac{m(m-1) \ldots (m-n+1)}{1 . 2 \ldots\ldots n}$$

Begriffe zu m—n Merkmalen. Daher die Zahl der Uebergänge zur (n+1)ten Ordnung

$$= \frac{m(m-1) \ldots (m-n+1)}{1 . 2 \ldots\ldots n}(m-n).$$

2) Setzen wir nun successiv $n = 1, 2, 3, \ldots m-1$, und fügen

noch die m Uebergänge vom gegebenen Begriffe zur ersten Ordnung hinzu, so kommt die verlangte Summe

$$=m+\frac{m}{1}(m-1)+\frac{m(m-1)}{1\,.\,2}(m-2)+\ldots+\frac{m(m-1)}{1\,.\,2}.2+\frac{m}{1}.1$$

$$=m\,.\,2^{m-1}.$$

Beispiel. Von dem Begriffe $\alpha\beta\gamma\delta$ giebt es 4 Uebergänge zu den nächst höheren Begriffen, nämlich zu $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\delta$, $\alpha\gamma\delta$, $\beta\gamma\delta$. Von jedem dieser Begriffe 3 Uebergänge zu den höheren Begriffen der 2ten Ordnung (z. B. von $\alpha\beta\gamma$ zu $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\beta\gamma$), also zusammen $4\,.\,3=12$ Uebergänge. Von jedem der 6 Begriffe der 2ten Ordnung $\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\gamma\delta$ giebt es wieder zwei Uebergänge zu den 4 Begriffen α, β, γ, δ der 3ten Ordnung, also im Ganzen $6\,.\,2=12$. Endlich von diesen der 3ten Ordnung 4 Uebergänge zum Etwas; folglich in Allem $4+12+12+4=32=4\,.\,2^3$, übereinstimmend mit der obigen Auflösung.

Anmerkung. Die Begriffsreihen, deren Anzahl in den vorstehenden Aufgaben berechnet ist, haben viele Begriffe mit einander gemein. Daß aber bei einem Begriffe von m Merkmalen immer m Reihen mit durchaus verschiedenen Begriffenen vorhanden sind, ist daraus klar, daß keine der höheren Ordnungen weniger als m Begriffe enthält. Construirt man sich die von Einem Begriff auslaufenden Reihen, indem man die einzelnen Ordnungen symmetrisch übereinanderschreibt, durch Verbindungslinien, so zeigt sich, daß sie wirklich eine Art von Gewebe bilden.

II. Algebraische Construction der einfachsten Urtheilsformen und darauf gegründete Ableitung der Schlüsse.

1. In vollkommener Angemessenheit zu dem sprachlichen Ausdruck und in Uebereinstimmung mit der in §. 44 angezeigten

schematischen Construction lassen sich die einfachsten Urtheile als Umfangsverhältnisse auch symbolisch durch algebraische Gleichungen und Ungleichungen darstellen. Bedeuten nämlich A und B die Umfänge des Subjects und des Prädicats, a und b Theile dieser Umfänge, endlich X den Umfang eines unbekannt bleibenden Begriffs, der jedoch größer als $A + B$ zu denken ist, so stellen folgende Formeln die möglichen Urtheilsformen nach Qualität und Quantität dar:

1) $A = b$ das allgemein bejahende Urtheil.
2) $A = B$ dasselbe, wenn das Prädicat dem Subjecte ausschließlich zukommt (also das Urtheil reciprocabel ist).
3) $a = b$ das besonders bejahende Urtheil.
4) $a = B$ dasselbe, sofern es analytischen Ursprungs.
5) $A < X - B$ das allgemein verneinende Urtheil.
6) $A = c < C < X - B$, wo c den Theil des Umfangs C eines dritten Begriffs bedeutet, dasselbe, sofern es synthetischen Ursprungs.
7) $a < X - B$ das besonders verneinende Urtheil.
8) $a < A - B$ dasselbe, sofern es analytischen Ursprungs.

Als Hauptformeln, welche die vier Hauptarten des allgemein und besonders bejahenden und verneinenden Urtheils repräsentiren, wird man daher die 1ste, 3te, 5te und 7te der obigen Formeln ansehen können. Setzt man in denjenigen unter ihnen, die b enthalten, statt dessen B, so ergeben sich die noch übrigen von ihnen verschiedenen.

2. Wir erläutern zuerst diese Formeln durch einige Bemerkungen. Die bejahenden Urtheile durch Gleichungen auszudrücken scheint am zweckmäßigsten, um zu bezeichnen, daß sie in gewisser Hinsicht immer eine Identität des Subjects und Prädicats darstellen, wie aus der Umkehrung am deutlichsten hervorgeht. Will man sie (mit Lambert) blos als Subsumtionen des Subjects unter das Prädicat betrachten, was indeß weit besser auf die analytischen als auf die synthetischen paßt, indem die Verhältnisse der Vereinigung und Einstimmung dadurch schlecht bezeichnet wer-

den, so kann man sie — mit Ausnahme von 2) — auch durch das Zeichen $<$ construiren, ohne daß in den daraus zu ziehenden Schlüssen sich etwas wesentliches ändert. — In den verneinenden Urtheilen kann X, da es nur $> A + B$ seyn muß, sogar unbegrenzt gedacht werden. Hieraus erhellt der Mangel an Begrenzung, der für das Subject eintritt, wenn man durch Limitation die Verneinung in einer bejahenden Form verbirgt (§. 42.) und der den limitirenden Urtheilen den Namen der unendlichen gegeben hat. Diese Unbestimmtheit ist offenbar für die besonders verneinenden Urtheile viel geringer. — Zu beachten ist ferner, daß außer den hier aufgeführten Gleichungen und Ungleichungen alle andre, die man etwa noch bilden mag, keine Urtheilsformen bestimmt ausdrücken können. Dies ist schon daraus klar, daß in dem Kreise, auf den wir uns beschränkt haben, jede logische Urtheilsform ihre Formel gefunden hat, kann aber auch noch in den einzelnen Fällen jederzeit insbesondre nachgewiesen werden. Z. B. $a < X - b$ könnte für ein besonders verneinendes Urtheil gehalten werden; diese Formel ist aber nicht der adäquate Ausdruck eines solchen, vielmehr zweideutig, wie am kürzesten aus §. 79, 2 erhellt. Ein ebenso unvollkommener Ausdruck würde, aus dem nämlichen Grunde, $A < X - b$ seyn.

3. Die zunächst liegende Anwendung von diesen Formeln ist nun die Ableitung der Umkehrungsregeln in §. 55 u. 56. Wir brauchen in der That nur die Urtheile und ihre Umkehrungen einander gegenüber zu stellen, um die Ueberzeugung von der Uebereinstimmung beider zu geben. Mit Uebergehung der in der Form von 5, nicht verschiedenen Nr. 6. finden wir

von $A = b$ die Umkehrung $b = A$
von $A = B$, die Umkehrung $B = A$
von $a = b$, die Umkehrung $b = a$
von $a = B$, die Umkehrung $B = a$
von $A < X\text{-}B$, die Umkehrung $B < X - A$
von $a < X\text{-}B$, die Umkehrung $B < X - a$
von $a < A\text{-}B$, die Umkehrung $B < A - a$

Die beiden letzten Umkehrungen sind offenbar unvollkommene Aus-

drücke von Urtheilen und daher zweideutig. Sie können als Verneinungen betrachtet werden, sofern von A etwas, was kleiner als dasselbe ist, abgezogen wird; sie können Bejahungen ausdrücken, theils nach §. 79, 2, theils weil A — a nichts anders als einen Theil des Umfangs bedeutet und also offenbar sich ein a′ finden lassen muß, das der Gleichung b = a′ genügt. So wiederholt sich hier die Ueberzeugung von der Unbestimmtheit der Umkehrung des besonders verneinenden Urtheils.

4. Durch einen höchst einfachen Rechnungsmechanismus läßt sich nun prüfen, welche von den in der Tabelle des §. 71 aufgeführten Prämissenverbindungen zu Schlüssen führen können. Zu Beförderung der Uebersichtlichkeit wollen wir zuerst die 19 Schlußmodi, welche Gültigkeit besitzen, durch Rechnung von Neuem beweisen. Die Buchstaben mit Strichen haben ähnliche Bedeutung wie die gleichnamigen ohne Striche. Die nöthigen Hülfssätze schreiben wir in Parenthesen.

I, 1) (Barbara)
$$\begin{array}{l} M = p \\ S = m \; (< M, = p') \\ \hline S = p' \; (\text{wo } p' < p) \end{array}$$

5) (Celarent)
$$\begin{array}{l} M < X - P \\ S = m (< M) \\ \hline S < X - P \end{array}$$

3) (Darii)
$$\begin{array}{l} M = p \\ s = m (< M, = p') \\ \hline s = p' (p' < p) \end{array}$$

7) (Ferio)
$$\begin{array}{l} M < X - P \\ s = m (< M) \\ \hline s < X - P \end{array}$$

II, 18) (Camestres)
$$\begin{array}{l} P = m \\ S < X - M \left(X - M \begin{smallmatrix} < X - m \\ < X - P \end{smallmatrix} \right) \\ \hline S < X - P \end{array}$$

20) (Baroco)
$$\begin{array}{l} P = m \\ s < X - M \; (\text{wie in } 18) \\ \hline s < X - P \end{array}$$

21) (Cesare)
$$\begin{array}{l} P < X - M \\ S = m \; (< M < X - P) \\ \hline S < X - P \end{array}$$

23) (Festino)
$$\begin{array}{l} P < X - M \\ s = m \; (\text{wie in } 21) \\ \hline s < X - P \end{array}$$

III, 33) (Darapti)
$$\begin{array}{l} M = p \\ M = s \\ \hline s = p \end{array}$$

37) (Felapton)
$$\begin{array}{l} M < X - P \\ M = s \\ \hline s < X - P \end{array}$$

41) (Disamis)
$$\begin{array}{l} m = p \\ M = s \; \left(m \begin{smallmatrix} < s \\ = s' \end{smallmatrix} \right) \\ \hline s' = p \end{array}$$

45) (Bocardo)
$$\begin{array}{l} m < X - P \\ M = s \; (\text{wie in } 41) \\ \hline s' < X - P \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{35)} & M = p \\ \text{(Datisi)} & \underline{m = s \quad \left(m \begin{smallmatrix}<p\\=p'\end{smallmatrix}\right)} \\ & s = p' \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{IV, 49)} & P = m \\ \text{(Bamalip)} & \underline{M = s \quad \left(m \begin{smallmatrix}<s\\=s'\end{smallmatrix}\right)} \\ & (P = s') \\ & s' = p \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{57)} & p = m \\ \text{(Dimatis)} & \underline{M = s \quad \left(m \begin{smallmatrix}<s\\=s'\end{smallmatrix}\right)} \\ & (p = s') \\ & s' = p \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{39)} & M < X - P \\ \text{(Ferison)} & \underline{m = s \; (m < M)} \\ & s < X - P \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{50)} & P = m \\ \text{(Calemes)} & \underline{M < X - S \; (m < M)} \\ & (P < X - S) \\ & S < X - P \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{53)} & P < X\text{-}M \; (M < X\text{-}P) \\ \text{(Fesapo)} & \underline{M = s} \\ & s < X - P \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{55)} & P < X - M (M < X - P) \\ \text{(Fresison)} & \underline{m = s} \quad (m < M) \\ & s < X - P. \end{array}$$

5. Es würde zwecklose Weitläufigkeit seyn, mit gleicher Ausführlichkeit zu zeigen, daß alle übrigen Voraussetzungen keine Schlüsse geben. Es wird vielmehr vollkommen ausreichend seyn, den in §. 79 aufgestellten Classificationen entsprechend Proben zu geben, wie die Rechnung das Unmögliche des Schließens hier ausdrückt. Als erstes Beispiel benutzen wir Nr. 9 der Uebersicht. Hier ist:

$$\left.\begin{array}{l} m = p, \\ S = m' \end{array}\right\} \text{ ist nun aber } m \lesseqgtr m'? \text{ Ist } m > m', \text{ so ist auch}$$

$p > m'$, daher wird sich ein p' finden lassen, das $= m'$; also wäre dann der Schluß $S = p'$. Ist $m < m'$, also $S > m$, so wird sich ein $s = m$ finden lassen, daher dann $s = p$. Endlich gäbe $m = m'$ offenbar $S = p$. Die Unbestimmtheit des Verhältnisses von m und m' giebt also auch ein Schwanken des Resultats. Als Beispiel der zweiten Classe wählen wir Nr. 26. Hier ist:

$$\begin{array}{l} p = m \\ \underline{S < X - M \; (< X - m < X - p)} \\ S < X - p, \text{ ein unbestimmter Ausdruck.} \end{array}$$

Als Beispiel der dritten Classe nehmen wir Nr. 40, wo

$M < X - P$ Eben so in 54) $P < X - M (M < X - P)$
$m < X' - S (m < M)$ $M < X' - S$
$X' - S \lessgtr X - P$, ohne Entscheidung. $X' - S \lessgtr X - P$ ungewiß.

Endlich als Beispiel der vierten Classe Nr. 63, wo

$p < X - M$ ($M < X - p$ ein unbestimmter Ausdruck)
$m = s$ ($m < M$)
$s < X - p$, unbestimmt.

Anmerkung. Die vorstehende Darstellung scheint einfacher und den logischen Verhältnissen angemessener als die Ploucquet's (Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul Pl.'s betreffen, herausg. v. Bök. Frankfurt u. Leipzig, 1766) und Lambert's (S. des. logische und philos. Abhandlungen, herausg. v. J. Bernoulli, Berlin 1782. Th. I. S. 93; vgl. d. Vfs. Programm de calculo logico. Lips. 1827. p. 14), welche letztere sich dem sprachlichen Ausdruck zu wenig anschmiegt, indeß die erstere zuviel Willkürliches enthält. Gergonne sagt in der bei §. 76 angeführten Abhandlung (p. 213): On ne doit jamais perdre de vue que le comble de la perfection des méthodes est de nous mettre en mains les moyens de parvenir mécaniquement et sans le secours d'aucune sorte de raisonnement, au but que nous nous proposons d'atteindre. In Beziehung auf die Ableitung der Schlüsse scheint dieses Ziel im Vorstehenden erreicht.

III. Zur Theorie der Schlußketten.

1. In den §§. 81 bis 84 sind die Figuren und Modi angegeben worden, aus deren Verbindung zweigliedrige Schlußketten hervorgehen. Wir führen diese jetzt weiter im Einzelnen aus. Es liegen

in 1:

1) MaP / NaM (I. Barb.)
NaP / SaN (I. Barb.)
SaP

2) MaP / NaM (I. Barb.)
NaP / SiN (I. Darii)
SiP

3) MeP / NaM (I. Celar.)
NeP / SaN (I. Celar.)
SeP

4) MeP / NaM (I. Celar.)
NeP / SiN (I. Ferio)
SoP.

in 2:

5) MaP / NaM (I. Barb.)
NaP / NaS (III. Darap.)
SiP

6) MaP / NaM (I. Barb.)
NaP / NiS (III. Dati)
SiP

7) MaP / NiM (I. Darii)
NiP / NaS (III. Disam.)
SiP

8) MeP / NaM (I. Celar.)
NeP / NaS (III. Felap.)
SoP

9) MeP / NaM (I. Celar.)
NeP / NiS (III. Feris.)
SoP

10) MeP / NiM (I. Ferio)
NoP / NaS (III. Bocar.)
SoP

in 3:

11) PaM / NeM (II. Cames.)
NeP / SaN (I. Celar.)
SeP

12) PaM / NeM (II. Cames.)
NeP / SiN (I. Ferio)
SoP

13) PeM / NaM (II. Cesa.)
NeP / SaN (I. Celar.)
SeP

14) PeM / NaM (II. Cesa.)
NeP / SiN (I. Ferio)
SoP

in 4:

15) PaM / NeM (II. Cames.)
NeP / NaS (III. Felap.)
SoP

16) PaM / NeM (II. Cames.)
NeP / NiS (III. Feris.)
SoP

17) PaM / NoM (II. Baroc.)
NoP / NaS (III. Bocar.)
SoP

18) PeM / NaM (II. Cesa.) NeP / NaS (III. Felap.) SoP	19) PeM / NaM (II. Cesa.) NeP / NiS (III. Feris.) SoP	20) PeM / NiM (II. Festi.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP
in 5: 21) MaP / MaN (III. Darap.) NiP / NaS (III. Disam.) SiP	22) MaP / MiN (III. Datis.) NiP / NaS (III. Disam.) SiP	23) MeP / MaN (III. Felap.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP
24) MeP / MiN (III. Feris.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP	25) MiP / MaN (III. Disam.) NiP / NaS (III. Disam.) SiP	26) MoP / MaN (III. Bocar.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP
in 6: 27) PaM / MeN (IV. Calem.) NeP / SaN (I. Celar.) SeP	28) PaM / MeN (IV. Calem.) NeP / SiN (I. Ferio.) SoP	
in 7: 29) PaM / MaN (IV. Bamal.) NiP / NaS (III. Disam.) SiP	30) PaM / MeN (IV. Calem.) NeP / NaS (III. Felap.) SoP	31) PaM / MeN (IV. Calem.) NeP / NiS (III. Ferio) SoP
32) PeM / MaN (IV. Fesap.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP	33) PeM / MiN (IV. Fresi.) NoP / NaS (III. Bocar.) SoP	34) PiM / MaN (IV. Dimat.) NiP / NaS (III. Disam.) SiP

2. Zwesten will (Logik S. 133) die Kettenschlüsse als erweiterte Schlußfiguren betrachten, und ordnet sie daher nach den vier möglichen Stellungen, die der Ober- und Unterbegriff im ersten Obersatz und letzten Untersatz haben kann, den vier

Schlußfiguren unter, so daß gleichsam vier Schlußkettenfiguren gebildet werden sollen, nämlich:

I) MP
SN

II) PM
SN

III) MP
NS

IV) PM
NS

in welchen in der That S und P dieselben Stellungen haben wie in den vier gemeinen Schlußfiguren. Er meint, daß sich durch passend geordnete allgemein bejahende Mittelsätze leicht nicht nur für jede einfache Schlußfigur, sondern sogar für jeden Modus derselben eine entsprechende Schlußkette finden lasse. Allein wir können vielmehr aus dem Vorstehenden leicht zeigen, daß dies keineswegs durchgängig der Fall ist, man mag sich nun auf allgemeine bejahende Mittelsätze beschränken oder irgend welche andre wählen. Ordnen wir nämlich die 34 Nummern des vorigen Artikels den vier Begriffsstellungen unter, so fallen

unter I,: 1, bis 4,; unter II,: 11, bis 14, 27, und 28; unter III,: 5, bis 10, und 21, bis 26,; unter IV,: 15, bis 20, und 29, bis 34,.

Bezeichnen wir nun Quantität und Qualität des ersten Obersatzes, zweiten Untersatzes und des Schlußsatzes wie gewöhnlich, so finden wir

in I,: 1,aaa, 2,aii, 3,eae, 4,eio; in der That entsprechend den Modis Barbara, Darii, Celarent, Ferio der ersten Figur.

In II, findet sich für 11, und 27, aae; für 12, und 28, aio, welchen Vocalfolgen kein Modus der zweiten Figur entspricht; für 13, eae = Cesare; für 14, eio = Festino.

Diese zweite Stellung enthält also mehr als die zweite Figur, zugleich aber auch weniger: denn es fehlen Glieder, die Camestres und Baroco entsprechen.

In III, geben 5, 7, 21, und 22, aai entsprechend Darapti; 6, aii = Datisi; 8, 10, 23, und 24, eao = Felapton; 9, eio = Ferison; 25, iai = Disamis; endlich 26, oao = Bocardo. Hier finden sich also alle Modi der 3ten Figur wieder.

In IV, endlich geben 15, 17, und 30, aao, was keinem Modus entspricht; 16, und 31, aio, ebenfalls ohne Analogie in der 4ten Figur; 18, 20, 32, und 33, eao = Fesapo;

29, aai = Bamalip; endlich 34, iai = Dimatis. Calemes und Fresison aber fehlen *).

Hiernach kann auf diese Unterordnung unter die Schlußfiguren, da sie keine durchgreifende Analogie nachweist, kein Werth gelegt und der ganzen Ansicht von den Kettenschlüssen als unmittelbaren Erweiterungen der einfachen Schlüsse keine besondre Bedeutung gegeben werden.

3. Wir können ausgedehntere von der größeren oder geringeren Zahl der Glieder unabhängige Untersuchungen über den Bau der Schlußketten anstellen, wenn wir mit Hülfe der Sätze 5, bis 8, in §. 77 die Frage erörtern: welche Verbindung von Schlußmodis kann in einer Kette von n Gliedern A) einem allgemein bejahenden, B) einem allgemein verneinenden, C) einem besonders bejahenden, D) einem besonders verneinenden Schlußsatze vorausgehen? Wir legen hierbei, unnütze Weitläufigkeiten zu vermeiden, unsre Theorie von drei Schlußfiguren und zwölf Modis derselben zum Grunde und wollen diese zur bequemeren Uebersicht hier noch einmal zusammengestellt wiederholen:

I. Barbara, Darii, Celarent, Ferio.
II. Camestres, Baroco, Cesare, Festino.
III. Darapti, Disamis, Felapton, Bocardo.

4. Wenn der Schlußsatz A) allgemein bejahend, so kann er nur aus Barbara gewonnen seyn; der Obersatz ist also wieder a, kann also wieder nur aus Barbara geschlossen seyn u. s. w.; die ganze Kette kann also nur Barbara enthalten. Be-

---

*) Twesten führt (S. 136) die beiden nicht vorhandenen Analogien zu Camestres und Calemes ausdrücklich auf, indem er dafür folgende Beispiele giebt:

alle p sind a	alle p sind a
alle a sind e (Camestr.)	alle a sind e (Calem.)
kein s ist e	kein e ist s

Offenbar aber geben die beiden ersten Prämissen dieser Beispiele, nach Bamalip, einen besondern Obersatz zu dem allgemein verneinenden zweiten Untersatz; aus diesen Prämissen aber ist kein Schluß möglich.

zeichnen wir daher wieder Subject und Prädicat des Schlusses durch S und P, die n Mittelbegriffe aber durch M_1, M_2, M_3,.... M_n, so ergiebt sich, wenn wir die Schlußkette zum Kettenschluß zusammenziehen, folgendes Schema:

M_1 a P	n. Barbara
M_2 a M_1	oder, wenn wir blos Qualität u. Quantität von Prä-
M_3 a M_2	missen und Conclusion zusammenstellen.
⋮	a (Obersatz)
M_n a M_{n-1}	(n-1) a (Mittelsätze)
S a M_n	a (Untersatz)
S a P	a (Schlußsatz).

5. Sey der Schlußsatz B, allgemein verneinend, so kann er nur durch Celarent, Camestres oder Cesare zunächst gezogen seyn. Sey also zuerst der Schlußsatz in Celarent, so kann auch jeder vorhergehende Schluß in diesen Modus fallen. Dies giebt das Schema:

M_1 e P	n. Celarent
M_2 a M_1	
M_3 a M_2	e
⋮	(n-1) a
M_n a M_{n-1}	a
S a M_n	e
S e P	

Es kann aber auch der erste Vorschluß in Camestres seyn indeß die übrigen Schlüsse in Celarent folgen. Dann ergiebt sich:

P a M_1	1. Camestres + (n—1) Celarent
M_2 e M_1	
M_3 a M_2	a
⋮	e
M_n a M_{n-1}	(n—2) a
S a M_n	a
S e P	e

Ferner kann für den ersten Vorschuß Cesare, für die folgenden Schlüsse Celarent gelten: also:

$$\begin{array}{lll} P & e & M_1 \\ M_2 & a & M_1 \\ M_3 & a & M_2 \\ & \vdots & \\ M_n & a & M_{n-1} \\ S & a & M_n \\ \hline S & e & P \end{array} \qquad \text{1. Cesare + (n—1) Celarent} \qquad \begin{array}{r} e \\ (n-1)\,a \\ a \\ \hline e \end{array}$$

Um zweitens den letzten Nachschluß in Camestres zu ziehen, müßte (nach dem vorhergehenden Artikel) der vorletzte in Barbara erfolgen, mithin auch jeder der vorangehenden Schlüsse. Allein diese Modi schließen sich nicht an einander an. Jene n — 1 Schlüsse in Barbara würden nämlich den Schlußsatz M_n a P geben, in welchem der Oberbegriff Prädicat ist. Camestres aber verlangt, daß der Oberbegriff Subject sey. Wollte man nun etwa die Umkehrung anwenden (die überdies untersagt ist, da wir nur von mittelbaren Schlüssen handeln), so würde sogar der Obersatz des Nachschlusses ein besondrer, also aus diesen Gründen Camestres unanwendbar.

Ebenso wenig kann drittens die Kette mit Cesare schließen, da sich die Begriffsstellung im Obersatz dieses Modus weder an den Schlußsatz in Celarent noch in Camestres noch in Cesare selbst anknüpfen läßt.

Die drei vorstehenden Formen sind demnach die einzig möglichen Ketten, die einen allgemein verneinenden Schluß geben. Es erhellt aus ihnen, daß eine Schlußkette mit allgemein verneinendem Schlußsatz unter ihren Prämissen immer nicht mehr und nicht weniger als eine einzige verneinende hat, die übrigen allgemein bejahende sind.

6. Sey der Schlußsatz C), besonders bejahend, so kann er aus Darii, Darapti und Disamis erhalten werden.

Er sey erstens in Darii, so müssen ihm n — 1 Schlüsse in Barbara vorangehen, so daß die Kette folgende ist:

$$\begin{array}{lll} M_1 & a & P \\ M_2 & a & M_1 \\ M_3 & a & M_2 \\ & \vdots & \\ M_n & a & M_{n-1} \\ S & i & M_n \\ \hline S & i & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} (n-1)\ \text{Barbara} + 1.\ \text{Darii} \\ a \\ (n-1)\ a \\ i \\ \hline i \end{array}$$

Sey zweitens der Schlußsatz in Darapti, so muß ebenfalls vorher immer in Barbara geschlossen werden, so daß:

$$\begin{array}{lll} M_1 & a & P \\ M_2 & a & M_1 \\ M_3 & a & M_2 \\ & \vdots & \\ M_n & a & M_{n-1} \\ M_n & a & S \\ \hline S & i & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} (n-1)\ \text{Barbara} + 1.\ \text{Darapti} \\ a \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline i \end{array}$$

Schließe drittens die Kette in Disamis, so können

α) auch die vorangehenden Schlüsse nach Disamis gebildet seyn, so daß

$$\begin{array}{lll} M_1 & i & P \\ M_1 & a & M_2 \\ M_2 & a & M_3 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & i & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} n.\ \text{Disamis} \\ i \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline i \end{array}$$

β) Die letzten n—1 Nachschlüsse können in Disamis, der erste Vorschluß in Darii erfolgen, woraus:

$$\begin{array}{lll} M_1 & a & P \\ M_2 & i & M_1 \\ M_2 & a & M_3 \\ M_3 & a & M_n \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & i & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.\ \text{Darii} + (n-1)\ \text{Disamis} \\ a \\ i \\ (n-2)\ a \\ a \\ \hline i \end{array}$$

γ) Die letzten n—1 Nachschlüsse sind in Disamis, der erste Vorschluß in Darapti, woraus:

$$\begin{array}{lll} M_1 & a & P \\ M_1 & a & M_2 \\ M_2 & a & M_3 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & i & P \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1.\ \text{Darapti} + (n-1)\ \text{Disamis} \\ a \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline i \end{array}$$

δ) Aus β, verbunden mit dem ersten Schema dieses Artikels ersieht man weiter die Gültigkeit der Verbindungen folgender Modi, deren letzter Schlußsatz immer Disamis ist:

1. Barb. + 1. Darii + (n—2) Disam.
2. Barb. + 1. Darii + (n—3) Disam.
. . . .
(n—3) Barb. + 1. Darii + 2. Disam.
(n—2) Barb. + 1. Darii + 1. Disam.

Die Natur der Prämissen ist hier folgende:

$$\begin{array}{ccccc} a, & a, & \ldots, & a, & a \\ a & 2a & \ldots & (n-3)\ a & (n-2)\ a \\ i & i & \ldots & i & i \\ (n-3)\ a & (n-4)\ a & \ldots & a & \\ a & a & \ldots & a & a \\ \hline & & i & & \end{array}$$

ε) Eben so folgt aus γ, in Verbindung mit dem zweiten Schema dieses Artikels:

1. Barb. + 1. Darap. + (n—2) Disam.
2. Barb. + 1. Darap. + (n—3) Disam.
. . . .
(n—3) Barb. + 1. Darap. + 2. Disam.
(n—2) Barb. + 1. Darap. + 1. Disam.

für welche alle die Prämissen folgende sind.

$$\begin{array}{r l} & a \\ (n-1) & a \\ & a \\ \hline & i \end{array}$$

Es kann also in allen Fällen höchstens nur Eine Prämisse besonders bejahen, wenn der Schlußsatz besonders bejahend seyn soll, aber diese kann jede beliebige Stelle in der Kette einnehmen. Doch kann ein besonders bejahender Schlußsatz auch aus durchgängig allgemein bejahenden Prämissen erhalten werden.

7. Sey der Schlußsatz D) besonders verneinend, so kann er in Ferio, Baroco, Festino, Felapton oder Bocardo erhalten werden.

Er sey erstens in Ferio, so kann (n — 1) mal Celarent vorangegangen seyn, so daß

$$\begin{array}{c c c} M_1 & e & P \\ M_2 & a & M_1 \\ M_3 & a & M_2 \\ & \vdots & \\ M_n & a & M_{n-1} \\ S & i & M_n \\ \hline S & o & P \end{array}$$

(n—1) Celarent + 1. Ferio

$$\begin{array}{r l} & e \\ (n-1) & a \\ & i \\ \hline & o \end{array}$$

Verbindet man dies mit dem zweiten Schema in Art. 5, so ergiebt sich

1. Camest. + (n—2) Celar. + 1. Ferio

$$\begin{array}{r l} & a \\ & e \\ (n-2) & a \\ & i \\ \hline & o \end{array}$$

Verbindet man es mit dem dritten Schema desselben Artikels, so kommt

1. Cesare + (n—2) Celar. + 1. Ferio

$$\begin{array}{r l} & e \\ (n-1) & a \\ & i \\ \hline & o \end{array}$$

Der Schlußsatz sey zweitens, wenn es möglich, in Baroco, so scheint Barbara vorausgehen zu können, allein die Begriffsstellung erlaubt keinen Anschluß, so wenig wie im 5. Art. für Camest. an Barbara. Dasselbe gilt drittens in Beziehung auf den Versuch, den Schlußsatz in Festino zu bilden.

Wenden wir uns daher viertens zu Felapton, so folgt, wie bei Ferio,

$$\begin{array}{lll} M_1 & e & P \\ M_2 & a & M_1 \\ M_3 & a & M_2 \\ & \vdots & \\ M & a & M_{n-1} \\ S & a & M_n \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} (n-1)\ \text{Celarent} + 1.\ \text{Felapton} \\ e \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

und hieraus 1. Camest. + (n—2) Celar. + 1. Felap.

$$\begin{array}{r} a \\ e \\ (n-2)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

und 1. Cesare + (n—2) Celar. + 1. Felap.

$$\begin{array}{r} e \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

Sey endlich fünftens der Schlußsatz in Bocardo, so kann *α*) auch in den vorhergehenden Gliedern in Bocardo geschlossen werden, so daß

$$\begin{array}{lll} M_1 & o & P \\ M_1 & a & M_2 \\ M_2 & a & M_3 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} n.\ \text{Bocardo} \\ o \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

β) Dem Bocardo kann Ferio vorangehen:

$$\begin{array}{lll} M_1 & e & P \\ M_2 & i & M_1 \\ M_2 & a & M_3 \\ M_3 & a & M_4 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.\ \text{Ferio} + (n-1)\ \text{Bocardo} \\ e \\ i \\ (n-2)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

γ) Eben so Baroco:

$$\begin{array}{lll} P & a & M_1 \\ M_2 & o & M_1 \\ M_2 & a & M_3 \\ M_3 & a & M_4 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M \\ M_n & a & S \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.\ \text{Baroco} + (n-1)\ \text{Bocardo} \\ a \\ o \\ (n-2)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

δ) Eben so Festino:

$$\begin{array}{lll} P & e & M_1 \\ M_2 & i & M_1 \\ M_2 & a & M_3 \\ M_3 & a & M_4 \\ & \vdots & \\ M_{n-1} & a & M \\ M_n & a & S \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.\ \text{Festino} + (n-1)\ \text{Bocardo} \\ e \\ i \\ (n-2)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

ε) Desgleichen auch Felapton:

$$\begin{array}{lll} M_1 & e & P \\ M_1 & a & M_2 \\ M_2 & a & M_3 \\ & \vdots & \\ M_{n-} & a & M_n \\ M_n & a & S \\ \hline S & o & P \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.\ \text{Felapton} + (n-1)\ \text{Bocardo} \\ e \\ (n-1)\ a \\ a \\ \hline o \end{array}$$

ζ) Aus β, verbunden mit dem 1sten Schema dieses 7ten Artikels:

1. Celar. + 1. Ferio + (n—2) Bocar.
2. Celar. + 1. Ferio + (n—3) Bocar.
. . . .
(n—3) Celar. + 1. Ferio + 2 . Bocar.
(n—2) Celar. + 1. Ferio + 1 . Bocar.

	e,	e, ...	e,	e
	a	2a	(n—3) a	(n—2) a
	i	i	i	i
(n—3)	a	(n—4) a	a	
	a	a	a	a
		o		

η) Aus β, verbunden mit dem 2ten Schema dieses Artikels:

1. Cames. + 1 . Celar. + 1. Ferio + (n—3) Bocar.
1. Cames. + 2 . Celar. + 1. Ferio + (n—4) Bocar.
. . . .
1. Cames. + (n—4) Celar. + 1. Ferio + 2 . Bocar.
1. Cames. + (n—3) Celar. + 1. Ferio + 1 . Bocar.

	a,	a, ...	a,	a
	e	e	e	e
	a	2a	(n—4) a	(n—3) a
	i	i	i	i
(n—4)	a	(n—5) a	a	
	a	a	a	a
		o		

ϑ) Aus β, verbunden mit dem 3ten Schema dieses Artikels:

1. Cesare + 1 . Celar. + 1. Ferio + (n—3) Bocar.
1. Cesare + 2 . Celar. + 1. Ferio + (n—4) Bocar.
. . . .
1. Cesare + (n—4) Celar. + 1. Ferio + 2 . Bocar.
1. Cesare + (n—3) Celar. + 1. Ferio + 1 . Bocar.

e,	e,	....	e,	e
2a	3a	....	(n—3) a	(n—2) a
i	i	....	i	i
(n—4) a	(n—5) a	....	a	
a	a	....	a	a
		o		

ι) Aus ε, verbunden mit dem 4ten Schema dieses Artikels:

1. Celar. + 1. Felap. + (n—2) Bocar.	e
2. Celar. + 1. Felap. + (n—3) Bocar.	(n—1) a
. . . .	a
(n—3) Celar. + 1. Felap. + 2 . Bocar.	o
(n—2) Celar. + 1. Felap. + 1 . Bocar.	

κ) Aus ε, verbunden mit dem 5ten Schema dieses Artikels:

1.Cames.+ 1 . Celar.+1.Felap.+(n—3)Bocar.	a
1.Cames.+ 2 . Celar.+1.Felap.+(n—4)Bocar.	e
. . . .	(n—2) a
1.Cames.+(n—4)Celar.+1.Felap.+ 2 . Bocar.	a
1.Cames.+(n—3)Celar.+1.Felap.+ 1 . Bocar.	o

λ) Aus ε, verbunden mit dem 6ten Schema dieses Artikels:

1.Cesare+ 1 . Celar.+1.Felap.+(n—3)Bocar.	e
1.Cesare+ 2 . Celar.+1.Felap.+(n—4)Bocar.	(n—1) a
. . . .	a
1.Cesare+ (n—4)Celar.+1.Felap.+ 2 . Bocar.	o
1.Cesare+ (n—3)Celar.+1.Felap.+ 1 . Bocar.	

μ) Setzt man der Kette in β, noch Camestres voraus, so kommt:

P a M_1	1.Cames. + 1. Ferio + (n—2) Bocar.
M_2 e M_1	a
M_3 i M_2	e
M_3 a M_4	i
M_4 a M_5	(n—3) a
⋮	a
M_n a S	o
S o P	

ν) Setzt man ebenfalls in β, Cesare voraus, so erhält man:

$$\begin{array}{lc}
P \; e \; M_1 & 1.\,\text{Cesare} + 1.\,\text{Ferio} + (n-2)\,\text{Bocar.} \\
M_2 \; a \; M_1 & e \\
M_3 \; i \; M_2 & a \\
M_3 \; a \; M_4 & i \\
M_4 \; a \; M_5 & (n-3)\; a \\
\vdots & a \\
M_n \; a \; S & \overline{\quad o \quad} \\
\hline
S \; o \; P &
\end{array}$$

ξ) Setzt man der Kette in ε, Camestres vor, so kommt:

$$\begin{array}{lc}
P \; a \; M_1 & 1.\,\text{Cames.} + 1.\,\text{Felap.} + (n-2)\,\text{Bocar.} \\
M_2 \; e \; M_1 & a \\
M_2 \; a \; M_3 & e \\
M_3 \; a \; M_4 & (n-2)\; a \\
M_4 \; a \; M_5 & a \\
\vdots & \overline{\quad o \quad} \\
M_n \; a \; S & \\
\hline
S \; o \; P &
\end{array}$$

ο) Wird endlich derselben Kette in ε, Cesare vorgesetzt, so erhält man:

$$\begin{array}{lc}
P \; e \; M_1 & 1.\,\text{Cesare} + 1.\,\text{Felap.} + (n-2)\,\text{Bocar.} \\
M_2 \; a \; M_1 & \\
M_2 \; a \; M_3 & e \\
M_3 \; a \; M_4 & (n-1)\; a \\
M_4 \; a \; M_5 & a \\
\vdots & \overline{\quad o \quad} \\
M_n \; a \; S & \\
\hline
S \; o \; P &
\end{array}$$

Soll also der Schlußsatz einer Kette besonders verneinen, so darf nicht mehr als Eine Prämisse allgemein oder besonders verneinen und muß dann allemal dem ersten Vorschluß angehören; im Falle sie allgemein verneint, kann noch eine besonders bejahende Prämisse vorkommen, die, mit Ausnahme der Stelle des ersten Obersatzes, jede andre einnehmen kann. Doch können auch, außer der Einen all-

gemein verneinenden, alle übrigen Prämissen allgemein bejahende seyn; sie müssen es seyn, wenn Eine besonders verneinende vorkommt.

Anmerk. Herbart sagt (Einleit. S. 98): „Die Logik sollte nun schließen mit der Untersuchung: wie viele Syllogismen, in wieviel verschiedenen Verbindungen, entspringen können aus einer gegebenen Menge von Prämissen von bestimmter Quantität und Qualität? Durch die Beantwortung dieser Frage würde sie, soviel an ihr ist, das Organon des Wissens in formaler Hinsicht werden. Sie würde anleiten, aus vorhandenen Principien oder schon auf anderen Wegen erwiesenen Lehrsätzen, das ganze, dadurch mögliche, Quantum des Wissens erschöpfend abzuleiten und regelmäßig darzustellen." Als ein Beitrag hierzu kann die vorstehende in sich vollständige Untersuchung betrachtet werden. Da die Form der Schlußketten aus zusammengesetzten Urtheilen keine andre als aus einfachen ist und aus der Verzweigung von Schlußketten Beweise hervorgehen, so scheint im Vorstehenden das Wesentlichste für die Frage geleistet zu seyn, die noch weiter zu erörtern kaum der Mühe lohnen dürfte.

IV. Zur Theorie der Eintheilungen und Classificationen.

1. Nach §. 21. lassen sich die Glieder des Umfangs eines Begriffs oder eines Theils desselben, wenn sie, wie gewöhnlich, durch Buchstaben bezeichnet werden, um ihre Beiordnung im Umfange auszudrücken, durch das Additionszeichen verbinden. Zwei oder mehrere Begriffe aber, die einander determiniren, werden (vermöge §. 17) nach Art der Multiplication neben einander geschrieben. Da die Separation der Subtraction, die Abstraction der Division entspricht (§. 21 und 17.), so kann man sich zur Bezeichnung dieser logischen Operationen der Zeichen ihrer analo-

gen arithmetischen bedienen. Wo vom Umfang eines Begriffs die Rede ist, mag dem Zeichen des Begriffs zum Unterschiede von dem Inhalt ein Σ (Σφαῖρα) vorgesetzt werden. Der erschöpfte Inhalt oder Umfang wird durch das Zeichen =, der unvollständige durch > angezeigt.

Beispiele. Sey A = Winkel; α = recht; β = spitz; γ = stumpf, so ist

$$\Sigma A = A(\alpha + \beta + \gamma);$$

Sey Δ = Dreieck; a = gleichseitig; b = gleichschenklig; c = ungleichseitig, so ist

$$\Sigma \Delta > \Delta(a + b + c);$$

denn das Dreieck ist hier blos hinsichtlich des Verhältnisses seiner Seiten betrachtet.

Sey Q = Quadrat; v = viereckig; r = rechtwinklig; g = gleichseitig, so ist

$$Q = vrg;\ Q > vr;\ Q > vg;\ Q > rg.$$

2. Die in §. 109 mit Worten beschriebene Methode der synthetischen Classification läßt sich nun sehr leicht und einfach in arithmetischen Zeichen ausführen. Mögen die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie in den beiden ersten Beispielen der vorigen Nummer. Komme noch hinzu $\mathfrak{a}$ = geradlinig $\mathfrak{b}$ = krummlinig, so ist nun

$$\begin{aligned}\Sigma \Delta &= \Delta(\mathfrak{a} + \mathfrak{b})(a + b + c)(\alpha + \beta + \gamma)\\ &= \Delta\mathfrak{a}\left\{a(\alpha+\beta+\gamma) + b(\alpha+\beta+\gamma) + c(\alpha+\beta+\gamma)\right\}\\ &\quad + \Delta\mathfrak{b}\left\{a(\alpha+\beta+\gamma) + b(\alpha+\beta+\gamma) + c(\alpha+\beta+\gamma)\right\}\\ &= \Delta(\mathfrak{a}a\alpha + \mathfrak{a}a\beta + \mathfrak{a}a\gamma + \mathfrak{a}b\alpha + \mathfrak{a}b\beta + \mathfrak{a}b\gamma + \mathfrak{a}c\alpha + \mathfrak{a}c\beta\\ &\quad + \mathfrak{a}c\gamma + \mathfrak{b}a\alpha + \mathfrak{b}a\beta + \mathfrak{b}a\gamma + \mathfrak{b}b\alpha + \mathfrak{b}b\beta + \mathfrak{b}b\gamma + \mathfrak{b}c\alpha\\ &\quad + \mathfrak{b}c\beta + \mathfrak{b}c\gamma.)\end{aligned}$$

Diese Begriffe stehen auf der dritten Stufe der Unterordnung. Auf der 1sten stehen, mit Weglassung des Zeichens Δ, und ohne Unterscheidung der Ordnung, in welcher die Eintheilungsreihen einander folgen,

$$\mathfrak{a},\ \mathfrak{b};\ a,\ b,\ c;\ \alpha,\ \beta,\ \gamma.$$

Auf der zweiten stehen

$$(a+b)(a+b+c);\ (a+b)(\alpha+\beta+\gamma);$$
$$(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma);$$

d. i. entwickelt:

aa, ab, ac, ba, bb, bc;
$a\alpha$, $a\beta$, $a\gamma$, $b\alpha$, $b\beta$, $b\gamma$;
$a\alpha$, $a\beta$, $a\gamma$, $b\alpha$, $b\beta$, $b\gamma$, $c\alpha$, $c\beta$, $c\gamma$.

3. In dem vorstehenden Beispiel sind zwei ungültige Glieder, nämlich $\Delta aa\alpha$ und $\Delta aa\gamma$. Der vollständige und in allen seinen Gliedern gültige Umfang von Δ kann also ausgedrückt werden durch

$$\Sigma\Delta = \Delta(a+b)(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma) - \Delta aa\alpha - \Delta aa\gamma.$$

Diese Separation läßt sich vermeiden, wenn man die Reihe α, β, γ in Beziehung auf a nur zum Untereintheilungsgrund von b und c macht. Dann wird

$$\Sigma\Delta = \Delta\left\{a[a+(b+c)(\alpha+\beta+\gamma)] + b(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)\right\},$$

was auch noch sonst auf mannichfaltige Art umgeformt werden kann.

4. Um ein Beispiel der analytischen Classification zu geben, bilden wir die gewöhnliche des Thierreichs. Bedeute c warmblütig, f kaltblütig, g gebärend, e eierlegend, r rothblütig, w weißblütig, l durch Lungen athmend, k durch Kiemen athmend, γ mit Gelenken versehen, o ohne solche, so sind die Säugethiere = cgrl, die Vögel = cerl, die Amphibien = ferl, die Fische = ferk, die Insecten = $ew\gamma$, die Würmer = ewo also der Umfang des Thierreichs = T

$$\Sigma T = T(cgrl + cerl + ferl + ferk + ew\gamma + ewo)$$
$$= T\left\{gcrl + e\left[r\left(cl + f(l+k)\right) + w(\gamma+o)\right]\right\}$$
$$= T\left\{r\left[cl(g+e) + f(l+k)\right] + we(\gamma+o)\right\} \text{ u. s. w.}$$

5. Es lassen sich hier noch einige Rechnungen anbringen. Sey zuerst ein Begriff nach m Nebeneintheilungsgründen einge-

theilt, deren Reihen beziehungsweise $n_1, n_2, n_3, \ldots n_m$ Glieder haben; so ist die Anzahl der aus der völlig ausgeführten Determination dieser Reihen durcheinander sich ergebenden Begriffe $= n_1 \, n_2 \, n_3 \ldots n_m$.

Untersuchen wir aber auch die Anzahl der auf den höhern Stufen der Unterordnung stehenden Begriffe, so stehen

1) auf der 1sten Stufe unter dem gegebenen Begriff die m Reihen, welche die Nebeneintheilungen bilden; die Zahl ihrer Begriffe ist

$$= n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_m.$$

2) Auf der 2ten Stufe befinden sich die aus den binären Verbindungen der m Nebeneintheilungen hervorgehenden Begriffe; die Anzahl der Begriffsreihen ist also $= \frac{m(m-1)}{1.2}$; die Anzahl der Begriffe in ihnen

$$= n_1 n_2 + n_1 n_3 + \ldots + n_1 n_m + n_2 n_3 + \ldots + n_2 n_m + \ldots + n_{m-1} n_m.$$

3) Auf der dritten Stufe der Unterordnung befinden sich die aus den ternären Verbindungen der m Nebeneintheilungen entspringenden Begriffe; die Anzahl der Reihen ist also $= \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}$; die Anzahl der in ihnen liegenden Begriffe

$$= n_1 n_2 n_3 + n_1 n_2 n_4 + \ldots + n_2 n_3 n_4 + n_2 n_3 n_5 + \ldots + n_{m-2} n_{m-1} n_m$$

u. s. w.

4) Setzen wir, zur Vereinfachung, $n_1 = n_2 = n_3 = \ldots = n_m = n$; so wird die Anzahl der Begriffe in 1, $= \frac{m}{1} n$; in 2, $= \frac{m(m-1)}{1.2} n^2$; in 3, $= \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} n^3$; u. s. f. auf der tiefsten Stufe $= n^m$; daher die Anzahl der auf allen Stufen überhaupt untergeordneten Begriffe $= \frac{m}{1} n + \frac{m(m-1)}{1.2} n^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} n^3 + \ldots + n^m = (1+n)^m - 1.$

6. Auch in Beziehung auf den Schluß des §. 109 lassen sich noch einige combinatorische Betrachtungen anstellen. Hat

ein Begriff m Nebeneintheilungen, so lassen sich diese auf m (m — 1)....2.1. verschiedene Arten anordnen. Gemäß dieser verschiedenen Anordnung enthalten dann die daraus entstehenden Classificationen in den höheren Ordnungen zum Theil verschiedene, zum Theil gleiche Begriffe. Um dies näher zu untersuchen, seyen zuerst nur Beispielsweise drei Eintheilungen $A+B$, $a+b$, $\alpha+\beta$ gegeben; so sind folgende sechs Anordnungen möglich:

1) $(A+B)(a+b)(\alpha+\beta)$; 2) $(A+B)(\alpha+\beta)(a+b)$;
3) $(a+b)(A+B)(\alpha+\beta)$; 4) $(a+b)(\alpha+\beta)(A+B)$;
5) $(\alpha+\beta)(A+B)(a+b)$; 6) $(\alpha+\beta)(a+b)(A+B)$.

Hier ist nun die 1ste Ordnung in diesen 6 Classificationen bezüglich folgende:

1) $A+B$; 2) $A+B$; 3) $a+b$; 4) $a+b$; 5) $\alpha+\beta$; 6) $\alpha+\beta$.

Die zweite Ordnung:

1) $Aa+Ab+Ba+Bb$; 2) $A\alpha+A\beta+B\alpha+B\beta$;
3) $aA+aB+bA+bB$; 4) $a\alpha+a\beta+b\alpha+b\beta$;
5) $\alpha A+\alpha B+\beta A+\beta B$; 6) $\alpha a+\alpha b+\beta a+\beta b$.

Ueberlegt man nun, daß hier zwei Begriffe, die sich nur durch die Ordnung der Merkmale unterscheiden, nicht verschieden seyn können, da ja alle diese Merkmale nur nähere Bestimmungen eines und desselben, des einzutheilenden, Begriffs sind, so bemerkt man, daß in dem ausgeführten Beispiel sowohl in der ersten als in der zweiten Ordnung immer je zwei Classificationen dieselben Begriffe haben, also in beiden nur drei von einander wesentlich verschiedene Classificationsarten übrig bleiben.

7. Um nun diese Untersuchungen allgemein zu machen, sey wieder die Anzahl der Nebeneintheilungen $= m$, so ist

1) die Anzahl der durch die Begriffe der ersten Stufe der Unterordnung unterschiedenen Classificationen $= \frac{m}{1}$: denn jede Eintheilung kann die erste seyn.

2) Die Anzahl der durch die Begriffe der zweiten Stufe

unterschiedenen Classificationen ist $= \frac{m(m-1)}{1\,.\,2}$; denn so viel verschiedene Verbindungsarten der m Begriffsreihen zu zweien sind möglich.

3) Auf dieselbe Weise ist die Anzahl der durch die Begriffe der 3ten Stufe unterschiedenen Classificationen $= \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}$

4) Allgemein ist die Anzahl der durch verschiedene Begriffe der nten Stufe charakterisirten Classificationen $= \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1\,.\,2\ldots\,n}$.

Da nun, wie bereits bemerkt, die Zahl der möglichen Classificationen überhaupt $= m(m-1)\ldots\,2.\,1$, so ist

5) die Anzahl der Classificationen, welche je die Begriffe der 1sten Stufe gemein haben, $= \frac{m(m-1)\ldots 2.\ 1}{m}$ $= (m-1)(m-2)\ldots 2.\ 1.$

6) Die Anzahl der Classificationen, welche je die Begriffe der 2ten Stufe gemein haben, $= \frac{m(m-1)\ldots\,2.\ 1.\ 1.\ 2}{m(m-1)}$ $= (m-2)(m-3)\ldots 2.\ 1.\ 1.\ 2.$

7) Allgemein die Anzahl der Classificationen, welche je die Begriffe der nten Stufe gemein haben, $= \frac{m(m-1)\ldots 2.\ 1.\ 1.\ 2\ldots n}{m(m-1)\ldots(m-n+1)}$ $= (m-n)(m-n-1)\ldots 2.\ 1.\ 1.\ 2\ldots.n.$

Der letztere Ausdruck ist nur brauchbar bis zu $n = m-1$, wo er $1.\ 1.\ 2\ldots(m-1)$ giebt; der erstere gilt bis $n = m$, wo er noch ganz richtig $1.\ 2\ldots m$ giebt.

Anmerk. Ueber die im §. 110 erwähnte combinatorische Classification bedarf es keiner besondren Betrachtungen, da alles, was der Anhang I enthielt, leicht auf sie übertragen werden kann.

V. Zur Theorie der Beweise.

1. Logische Zergliederung des Beweises für den Lehrsatz: Daß Parallelogramme ABCD, ABEF auf einerlei Grundlinie AB und zwischen denselben Parallelen AB, DE an Flächeninhalt einander gleich sind *).

I. Beweis des Lehrsatzes selbst.

1) Wenn in zweien Dreiecken zwei Seiten nebst dem eingeschlossenen Winkel der Reihe nach gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.
2) In den $\triangle\triangle$ ADF, BEC ist AD $=$ BC, DF $=$ CE, $\angle$D $=$ $\angle$C.

3) Also $\triangle$ ADF $\cong$ $\triangle$ BCE.

4) Gleiches zu Gleichem addirt giebt Gleiches.
5) $\triangle$ ADF $=$ $\triangle$ BCE (3); ABCF $=$ ABCF

6) Parallelogr. ABCD $=$ Parallelogr. ABEF.

Hier ist nun 4, Grundsatz; dagegen 1, und 2, zu beweisen, daher:

II. Beweis von 1.

7) Zwischen zwei gegebenen Puncten ist nur Eine Gerade möglich.
8) Beim Aufeinanderlegen zweier $\triangle\triangle$ abc, $\alpha\beta\gamma$, in denen ab $= \alpha\beta$, ac $= \alpha\gamma$, $\angle$a $= \angle\alpha$, fallen b und β, c und γ zusammen.

1) Also fallen auch bc und $\beta\gamma$ zusammen und die Dreiecke decken einander (sind congruent).

Hier bedarf jedoch sogleich 8, noch eines Beweises, obgleich wie wir sogleich sehen werden, nur eines analytischen mittels der Definition. Nämlich:

*) Die dazu nöthigen Figuren wird der aufmerksame Leser mit Leichtigkeit selbst entwerfen.

III. Beweis von 8.

9) Gleiche Gerade und Winkel decken einander (Definition der Gleichh.)

10) In den $\triangle\triangle$ abc, $\alpha\beta\gamma$, ist ab $= \alpha\beta$, ac $= \alpha\gamma$, $\angle a = \angle \alpha$ (Vorausſ.)

---

8) alſo fallen b und β, c und γ zuſammen.

Es bleibt der Beweis von 2, übrig. Dieſer Satz beſteht aber aus drei Theilen, von denen keiner den andern enthält; jeder muß alſo einzeln bewieſen werden, was unter IV. 1), 2), 3) geſchehen ſoll.

IV. 1) Beweis des erſten Theils von 2.

11) Die gegenüberliegenden Seiten eines Parallelogramms ſind gleich.

12) ABCD und ABEF ſind Parallelogramme (Vorausſ. in I.).

---

2) erſter Theil: AD = BC; überdies 13) AB = CD, AB = EF.

Aber 11, fordert einen ferneren Beweis; daher

V. Beweis von 11.

14) Gleichnamige Seiten congruenter Dreiecke ſind gleich.

15) Die gegenüberliegenden Seiten eines Parallelogramms ſind ſolche.

---

11) Gegenüberliegende Seiten im Parallelogramm ſind gleich.

Hier liegt 14, in der Erklärung der Congruenz; aber 15, bedarf des Beweiſes.

VI. Beweis von 15.

16) Wenn in zweien Dreiecken zwei Winkel und die zwiſchenliegende Seite der Reihe nach gleich ſind, ſo ſind die Dreiecke congruent.

17) Dies findet ſtatt, wenn man das Parallelogramm durch die Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt.

---

15) Dieſe Dreiecke ſind congruent und die gegenüberliegenden

Seiten des Parallelogramms als gleichnamige in diesen Dreiecken gleich.

Beide Vorbersätze müssen hier bewiesen werden.

VII. Beweis von 16.

18) Zwei gerade Linien schneiben sich nur in Einem Puncte.

19) Legt man zwei $\triangle\triangle$ abc, $\alpha\beta\gamma$, in denen $\angle a = \angle \alpha$, $\angle b = \angle \beta$ und $ab = \alpha\beta$, auf einander, so fallen die Seiten ac und $\alpha\gamma$, bc und $\beta\gamma$ auf einander.

---

16) also fällt c auf γ und die Dreiecke congruiren.

Hier ist 18, Folgerung aus Grundsatz, und 19, folgt aus der Definition der Gleichheit.

VIII. Beweis von 17.

20) Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden geschnitten werden, so sind die Wechselwinkel gleich.

21) Die Diagonale schneidet zwei Paare paralleler Geraden.

---

17) erster Theil: also sind die an der Diagonale anliegenden Wechselwinkel gleich.

17) zweiter Theil: jede Größe, also auch die Diagonale, ist sich selbst gleich.

Nr. 20, ist Folgerung aus der Erklärung der Parallelen als geraden Linien von gleicher Richtung; 21, ergiebt sich aus der Definition des Parallelogramms.

IV. 2) Beweis des zweiten Theiles von 2.

22) Gleiches von Gleichem subtrahirt läßt Gleiches.

23) In den Parallelogrammen ABCD, ABEF ist CD = EF, übrigens FC = FC.

---

2) zweiter Theil: DF = CE.

Hier bedarf nur noch 23, der Begründung.

IX. Beweis von 23.

24) Zwei Größen, die einer dritten gleich sind, sind selbst gleich.

13) AB = CD, AB = EF.

---

23) CD = EF.

24, ist Grundsatz; 13, schon bewiesen.

IV. 3) Beweis des dritten Theils von 2.

25) Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden geschnitten werden, so sind die correspondirenden Winkel gleich.

26) $\angle D$ und $\angle C$ sind solche correspondirende Winkel.

---

2) dritter Theil: $\angle D = \angle C$.

Nr. 25, können wir, wie 20, als eine Folgerung aus dem Begriff der Parallelen ansehen *); 26, folgt aus der Definition des Parallelogramms.

Alle diese Schlüsse lassen sich nun in folgendem Schema vereinigen, welches das Ineinandergreifen der Sätze, nach Coordination und Subordination, deutlicher machen wird. Man bemerkt leicht, daß die einfachen Horizontalstriche, wie bisher, die Vordersätze vom Schlußsatze trennen, die doppelten aber Sätze sondern, die nichts mit einander gemein haben.

---

*) Wer damit nicht zufrieden ist (worüber Streit zu erheben hier gar nicht der Ort seyn würde), der mag Euklid's 11tes Axiom zum Grunde legen, und das Obige nur als Abkürzung betrachten.

9) Erkärung
7) Grundſ. 10) Vorausſ.
8) . . . . 8) Schluß
1) Schluß
14) Erklär.
15) . . . . 15) Schluß
11) Schluß
12) Vorausſ.

18) Folgerung aus Grundſatz
19) Erklär.
20) Folger. aus Erkl.
16) Schluß
21) Erklär.
17) Grundſatz und . . . . 17) Schluß
24) Grundſ.
2) erſter Theil und 13) Schluß
22) Grundſ.
23) Schluß . . . . 23) und Grundſ.

4) Grundſ. 2) . . . . 2) zweiter Theil . . . . Schluß
25) Folger. aus Erklär.
26) Erklär.
5) Grundſ. und 3) Schluß
6) Schluß = Lehrſatz. 3) dritter Theil . . Schluß

2. Hauber's Satz von der Umkehrbarkeit allgemein bejahender Urtheile.

(Scholae logico-mathematicae. cap. VII. Stuttgard. 1829.)

Wenn ein Begriff A entweder a oder b oder c; ein andrer B entweder α oder β oder γ ist, und man weiß überdies, daß 1) wenn A, a: so B, α: 2) wenn A, b: so B, β; 3) wenn A, c: so B, γ; so ist auch 4) wenn B, α: so A, a; 5) wenn B, β: so A, b; 6) wenn B, γ: so A, c.

Beweis. Denn angenommen: wenn B, α: so sey nicht A, a, so ist, wegen der Voraussetzung der Vollständigkeit der Disjunction, entweder A, b oder A, c.

Aber wenn A, b, so ist B, β (Voraussf. 2), also nicht B, α, da α und β disjuncte Begriffe sind; gegen die Voraussetzung. Ebenso, wenn A, c, so ist B, γ (Voraussf. 3) also nicht B, α; aus gleichem Grunde, wie vorher und ebenfalls gegen die Voraussetzung. Also ist, wenn B, α: weder A, b noch A, c; folglich A, a, wie in 4, behauptet.

Auf gleiche Weise wird die Gültigkeit von 5, und 6, apagogisch bewiesen.

Dieser apagogische Beweis des allgemeinen Satzes kann für viele besondre Fälle der Geometrie den Beweis der Umkehrbarkeit der Sätze ersparen. Z. B. durch Euklid I, 5 und 18 ist der Beweis von I, 6 und 19 nach dem vorstehenden Satze überflüssig gemacht. Eben so folgt aus I, 47 und II, 12 und 13,: I, 48 und die Umkehrbarkeit der Sätze II, 12 und 13. Fügt man zu I, 37 und 38 noch die analogen Sätze für verschiedene Parallelen hinzu, so fällt I, 39 und 40 hinweg. Läßt sich I, 29 und 16 unabhängig vom 11. Grundsatz beweisen, so bedarf dieser so wie I, 27 und 28 keines besondern Beweises.

Hierher gehört auch folgender, sehr allgemeine Satz. Sey $y = f(x)$ und $x = \varphi(y)$ und werde für $x = x'$, $y = y'$. Läßt sich nun, für irgend eine bestimmte Bedeutung des Functions-

zeichens f beweisen, daß, wenn für $x \lesseqqgtr x'$, entweder $f(x) \lesseqqgtr f(x')$ oder $f(x) \gtreqqless f(x')$, so folgt aus dem obigen logischen Lehrsatz auch, daß beziehungsweise, für $y \lesseqqgtr y'$, $\varphi(y) \lesseqqgtr \varphi(y')$ oder $\varphi(y) \gtreqqless \varphi(y')$. Die directe und umgekehrte Regelbetri, so wie das Wachsen und Abnehmen des Bogens, Winkels, Sinus, Cosinus sind einfache Beispiele zu diesem Satze.

3. Der mathematische Beweis von n auf n+1.

Bekanntlich wird in der Mathematik, sowohl in den arithmetischen als in den geometrischen Theilen, die unvollständige Induction gebraucht, um, wie in der Naturforschung, ein verborgenes Gesetz des Größenzusammenhangs zu errathen. Allemal muß jedoch, wenn dies gelungen zu seyn scheint, noch ein schärferer Beweis hinzukommen. Die am nächsten liegende Ergänzung ist nun die unter dem obigen Namen bekannte Beweisart, die auch als eine Vervollständigung der Induction bezeichnet zu werden pflegt, und einer kurzen logischen Zergliederung nicht unwerth ist. Wir fangen die Auseinandersetzung der Methode mit einem ganz einfachen Beispiel an. Unmittelbar durch Multiplication findet man

$$\begin{aligned}(1+x)^1 &= 1+x\\ (1+x)^2 &= 1+2x+\ldots\\ (1+x)^3 &= 1+3x+\ldots\\ (1+x)^4 &= 1+4x+\ldots\end{aligned}$$

Hieraus schließt man durch Induction das allgemeine Gesetz, daß der Coefficient des zweiten Gliedes der Entwickelung einer ganzen positiven Potenz eines Binoms immer dem Exponenten gleich sey. Daher wird nach Analogie für irgend eine Potenz n seyn: $(1+x)^n = 1+nx+\ldots.$

Die Analogie ist hier vollständig; denn daß $(1+x)^n$ mit $(1+x)^1$, $(1+x)^2$, $(1+x)^3$ und $(1+x)^4$ zu derselben Gattung gehört, unterliegt nach dem Begriffe der Potenz nicht dem

mindesten Zweifel. Die Induction dagegen ist unvollständig und offenbar sehr beschränkt im Verhältniß zur unendlichen Zahl aller möglichen Potenzen. Daher bedarf die zuletzt aufgestellte Formel noch einer weiteren Bestätigung. Diese erhält sie durch die Art der Entstehung jeder Potenz aus der nächst niedrigeren, die in der erneuten Multiplication mit der Basis besteht. Sucht man also aus $(1+x)^n$ die nächstfolgende $(1+x)^{n+1}$ durch Multiplication mit $(1+x)$, und durch dieselbe Multiplication aus $1+nx+\ldots$ den $(1+x)^{n+1}$ entsprechenden Ausdruck, so findet sich

$$(1+x)^{n+1} = 1 + (n+1)x + \ldots;$$

eine Gleichung, in der sich das inductorisch aufgestellte Gesetz bestätigt findet, und dessen streng allgemeine Gültigkeit also aus der Entstehungsart der Potenzen bewiesen ist.

Diese Methode läßt sich nun leicht, wie folgt, ganz allgemein darstellen. Seyen

$$u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots$$

Functionen derselben Form, die von irgend welchen beständigen und veränderlichen Größen und überdies den Stellenzahlen 1, 2, 3, 4,.. abhängen, durch die allein sie sich unmittelbar unterscheiden. Durch unmittelbare Umformung mögen sie sich beziehlich ausdrücken lassen durch

$$f(1),\ f(2),\ f(3),\ f(4)\ \text{rc.}$$

so daß das Functionszeichen f das Gesetz ihrer Abhängigkeit von der Stellenzahl darstellt, wie es sich in den Anfangsgliedern durch Induction findet, so wird, nach Analogie, zu setzen seyn: $u_n = f(n)$. Werde nun die Entstehungsart des nächstfolgenden Gliedes u_{n+1} aus einem, mehreren oder allen ihm vorangehenden Gliedern bezeichnet durch:

$$u_{n+1} = \psi(u_n, u_{n-1}, \ldots u_{n-m}),$$

wo m Null oder eine ganze positive Zahl $< n$, und ψ irgend eine gesetzliche Abhängigkeit bedeutet, so ist also auch

$$u_{n+1} = \psi\Big(f(n),\ f(n-1), \ldots\ f(n-m)\Big).$$

Läßt sich nun durch unmittelbare Umwandlung dieses Aus-

druckes zur Rechten zeigen, daß er von der Form $f(n+1)$, so ist das inductorisch angenommene Gesetz streng bewiesen.

4. Zur Lehre von der Analogie.

Wenn zwei Begriffe von m Merkmalen diese sämmtlich gemein haben, so ist natürlich auch die Anzahl der möglichen übergeordneten Begriffe und Reihen derselben für beide die gleiche. Diese Anzahlen sind im Anhang I, 1 bereits bestimmt worden. Sind aber unter diesen m Merkmalen nur q gleiche, so ist die Anzahl der gleichen Begriffe jeder höheren Ordnung geringer.

Um uns hierüber zuvörderst an einem Beispiel zu orientiren, seyen die beiden Begriffe $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ und $\alpha\beta\gamma\zeta\eta$. Die höheren Begriffe 1ster Ordnung sind für jenen:

$\alpha\beta\gamma\delta$, $\alpha\beta\gamma\varepsilon$, $\alpha\beta\delta\varepsilon$, $\alpha\gamma\delta\varepsilon$, $\beta\gamma\delta\varepsilon$; für diesen:
$\alpha\beta\gamma\zeta$, $\alpha\beta\gamma\eta$, $\alpha\beta\zeta\eta$, $\alpha\gamma\zeta\eta$, $\beta\gamma\zeta\eta$;

also sämmtlich verschieden. Für die 2te Ordnung:

$\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\delta$, $\alpha\beta\varepsilon$, $\alpha\gamma\delta$, $\alpha\gamma\varepsilon$, $\alpha\delta\varepsilon$, $\beta\gamma\delta$, $\beta\gamma\varepsilon$, $\beta\delta\varepsilon$, $\gamma\delta\varepsilon$; und:
$\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta\zeta$, $\alpha\beta\eta$, $\alpha\gamma\zeta$, $\alpha\gamma\eta$, $\alpha\zeta\eta$, $\beta\gamma\zeta$, $\beta\gamma\eta$, $\beta\zeta\eta$, $\gamma\zeta\eta$;

also Ein Begriff in beiden gleich. Für die 3te Ordnung:

$\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, $\alpha\varepsilon$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$, $\gamma\delta$, $\gamma\varepsilon$, $\delta\varepsilon$; und:
$\alpha\beta$, $\alpha\gamma$, $\alpha\zeta$, $\alpha\eta$, $\beta\gamma$, $\beta\zeta$, $\beta\eta$, $\gamma\zeta$, $\gamma\eta$, $\zeta\eta$;

also drei Begriffe gleich; ebensoviel in der 4ten Ordnung.

Allgemein ist nun klar, daß, bei der Voraussetzung von q gleichen Merkmalen neben $m-q$ verschiedenen, in jeder Ordnung so viel gleiche Begriffe seyn werden, als sich aus q Elementen Verbindungen der Classe bilden lassen, der die Ordnung angehört. Nun entspricht beziehungsweise die 1ste, 2te 3te, ... $(m-1)$te Ordnung der $(m-1)$ten, $(m-2)$ten, $(m-3)$ten, ... 1sten Classe der Combinationen. Daher gilt allgemein folgende Tafel, in der wir, um der Einfachheit der Ausdrücke willen, mit der höchsten Ordnung anfangen.

Ordnung.	Anzahl der gleichen Begriffe.	Anzahl der Begriffe überhaupt.
$m-1$;	$\frac{q}{1}$;	$\frac{m}{1}$
$m-2$;	$\frac{q(q-1)}{1\,.\,2}$;	$\frac{m(m-1)}{1\,.\,2}$
⋮	⋮	⋮
$m-n$;	$\frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{1\,.\,2\;\ldots\;n}$;	$\frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1\,.\,2\;\ldots\;n}$
⋮	⋮	⋮
2;	$\frac{q(q-1)\ldots(q-m+3)}{1\,.\,2\;\ldots\;(m-2)}$;	$\frac{m(m-1)}{1\,.\,2}$
1;	$\frac{q(q-1)\ldots(q-m+2)}{1\,.\,2\;\ldots\;(m-1)}$;	$\frac{m}{1}$

Aus der mittleren Columne ersieht man: 1) daß für jeden Werth von $m-n$, der $\overline{\gtrless} m-q-1$, die Anzahl der gleichen Begriffe $=0$, für die vorangehenden Werthe von $m-n$ aber, nämlich $m-q$, $m-q+1$, $m-q+2$, beziehlich 1, $\frac{q}{1}$, $\frac{q(q-1)}{1.2}$ ist.

2) Die mittlere Columne stellt daher die sämmtlichen Binomialcoefficienten der Potenz q dar, und die Summe sämmtlicher gleicher Begriffe ist daher für jedes q, das $<m$, immer $=2^q-1$. Die Summe aller aus m Merkmalen zu bildenden höheren Begriffe überhaupt aber ist, vermöge der 3ten Columne, $=2^m-2=2(2^{m-1}-1)$ oder, mit Einschluß des Begriffs selbst, $=2^m-1$.

3) Welchen Werth q haben mag, so enthält diejenige Ordnung, für welche $n=\frac{2q-1\pm1}{4}$, also $m-n=\frac{2(2m-q)+1\mp1}{4}$, (in welchen Ausdrücken $\pm$ sich auf ein $\begin{Bmatrix}\text{ungerades}\\ \text{gerades}\end{Bmatrix}$ q bezieht), die größte Anzahl gleicher Begriffe.

4) Hiernach ist das Verhältniß der Anzahl der gleichen Begriffe der $(m-n)$ten Ordnung zu der der Begriffe dieser Ordnung $=$

$$q(q-1)\ldots(q-n+1):m(m-1)\ldots(m-n+1);$$

5) und das der Anzahl der gleichen Begriffe zu der der Begriffe überhaupt, ohne Unterschied der Ordnungen =

$$2^q - 1 : 2^m - 1.$$

Jemehr sich nun dieses letztere Verhältniß der Gleichheit nähert — die es aber nie erreichen kann, weil sie die völlige Identität der beiden Begriffe anzeigen würde — um so wahrscheinlicher wird die Coordination der beiden Begriffe unter einer und derselben nächsthöheren Gattung, und damit auch die Uebereinstimmung in den übrigen noch unbekannten wesentlichen Merkmalen. — Die Schwierigkeit einer vollständigen Aufzählung der Merkmale und Eigenschaften eines Begriffs widersetzt sich jedoch in allen Fällen, wo der Schluß nach unvollständiger Analogie fruchtbar ist, der Anwendung von Betrachtungen wie die vorstehenden auf den einzelnen Fall, die jedoch deshalb nicht ohne Nutzen sind, da sie dazu dienen, den Begriff im Allgemeinen mehr aufzuklären.

Druckfehler.

Seite	32	Zeile	7	von unten lies seyn statt sein.
„	36	„	6	von oben l. das st. des.
„	59	„	2	ist das : zu streichen.
„	67	„	10	v. o. l. anzeigen st. anzuzeigen.
„	93	„	13	v. u. l. ein st. eine.
„	113	„	15	v. u. l. aufgestellt st. aufgestelllt.
„	130	„	3	v. u. l. $(m-n+1)$ st. $(m-n+1$
„	141	„	12	v. o. l. B) st. B,
„	146	„	11	v. o. l. M_n st. M
„	147	„	18	v. u. l. M_n st. M
„	—	„	10	v. u. l. M_n st. M
„	—	„	3	v. u. l. M_{n-1} st. M_n.






JUL 12 1933

